

¡MÉTICA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamani

FONDO EDITORIAL
ARODO

6

RELACIONES BINARIAS - TEORÍA DE LA NUMERACIÓN

Teoría y Práctica

ARI



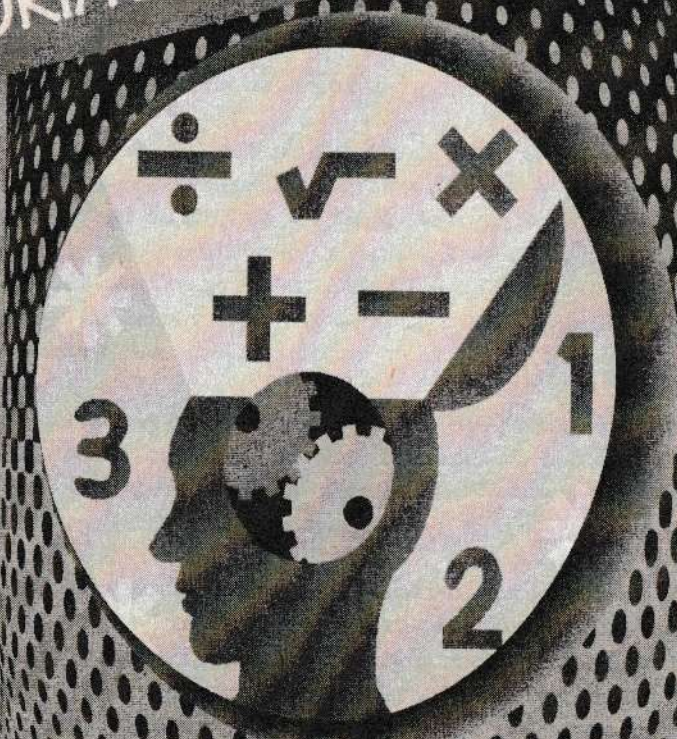


6

RELACIONES BINARIAS - TEORÍA DE LA NUMERACIÓN

Teoría y Práctica

ARITMÉTICA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamani

FONDO EDITORIAL
ARODO

PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2013, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE ARITMÉTICA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO
De: Walter Z. Benítez Nuñez.

RELACIONES BINARIAS - TEORÍA DE LA NUMERACIÓN



ARITMÉTICA - TEMA SELECTO 06, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

**DERECHOS RESERVADOS © Noviembre 2013 por
FONDO EDITORIAL RODO**

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424 - 6350 📠 992 - 796104

**Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú
Nº: 2013 - 18275**

EQUIPO PEDAGÓGICO

Jimmy H. García Chumán

Eddy F. Huamaní Vargas

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

Impreso en los Talleres Gráficos de **CORPORACIÓN PIANCASH S. A. C.**

Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

RELACIONES BINARIAS

Sean los conjuntos: $A = \{2; 3; 4\}$
 $B = \{3; 4; 5\}$

Y el producto cartesiano de A con B:

$$A \times B = \{(2; 3), (2; 4), (2; 5), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (4; 3), (4; 4), (4; 5)\}$$

Observa que este producto cartesiano tienen 9 elementos ó 9 pares ordenados, con los cuales se pueden formar $2^9 = 512$ subconjuntos.

De estos 512 subconjuntos observemos dos de ellos denotándolos con R_1 y R_2 :

$$R_1 = \{(3; 3)(4; 4)\}$$

$$R_2 = \{(2; 3)(2; 4)(2; 5)(3; 4)(3; 5)(4; 5)\}$$

De modo particular, el subconjunto R_1 de $A \times B$ se denomina "Relación de igualdad de A en B" porque en cada par ordenado $(a; b)$ de R_1 se cumple la propiedad " $a = b$ ", simbólicamente sería:

$$R_1 = \{(a; b) \in A \times B / a = b\}$$

Con respecto al subconjunto R_2 de $A \times B$ se observa que las primeras componentes son menores que las segundas componentes, simbólicamente sería:

$$R_2 = \{(a; b) \in A \times B / a < b\}$$

Dichas relaciones se denominan **binarias** porque relacionan a dos elementos.

Dados dos conjuntos A y B (diferentes del vacío) se denomina relación de A en B a cualquier subconjunto R del producto cartesiano $A \times B$.

Luego: R es una relación de A en B $\leftrightarrow R \subset A \times B$

**OBSERVACIÓN**

$$\left(\begin{array}{l} \# \text{ Relaciones} \\ \text{de A en B} \end{array} \right) = 2^{n(A \times B)}$$

Ejemplo: Sean los conjuntos:

$$A = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 2 < x < 7\} \text{ y } B = \{x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x \leq 3\}$$

¿Cuántas relaciones de A en B son posibles formar?

Resolución: Se observa: $n(A) = 4 \wedge n(B) = 3$

Luego: $n(A \times B) = 4 \times 3 = 12$

$$\therefore \left(\begin{array}{l} \# \text{ Relaciones} \\ \text{de A en B} \end{array} \right) = 2^{12} = 4096$$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Sea la relación R_2 de A en B:

$$R_2 = \{(2; 3)(2; 4)(2; 5)(3; 4)(3; 5)(4; 5)\}$$

DIAGRAMA SAGITAL O DE FLECHAS

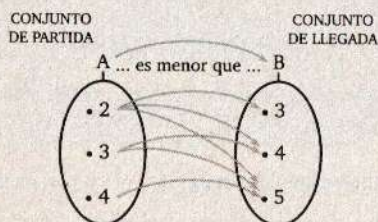
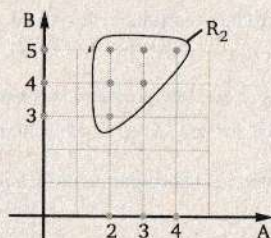


DIAGRAMA CARTESIANO



NOTA

No es necesario que una relación R se defina entre dos conjuntos diferentes A y B. Una relación R también se puede definir en un sólo conjunto A, es decir de A en A, ilustraremos este caso:

Sea el conjunto:

$$A = \{2; 3; 5; 7\}$$

Luego:

$$A \times A = \{(2; 2), (2; 3), (2; 5), (2; 7), (3; 2), \dots\}$$

16 elementos

Definimos:

$$R = \{(a; b) \in A \times A / a + 2 \leq b\}$$

Tabulamos para conocer los pares ordenados:

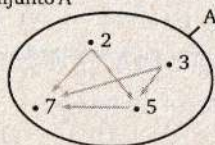
$a + 2 \leq b$
$2 + 2 \leq 5$
$2 + 2 \leq 7$
$3 + 2 \leq 5$
$3 + 2 \leq 7$
$5 + 2 \leq 7$

Luego la relación (determinando por extensión) es:

$$R = \{(2; 5), (2; 7), (3; 5), (3; 7), (5; 7)\}$$

Gráficamente:

En este caso el diagrama de flechas se puede hacer representando una sola vez al conjunto A



Luego:

$$R \text{ es una relación en } A \leftrightarrow R \subset A \times A$$

DIAGONAL DE $A \times A$

Se define como:

$$\text{Diag } (A \times A) = \{(a; a) / a \in A\}$$

Del ejemplo:

$$\text{Diag } (A \times A) = \{(2; 2), (3; 3), (5; 5), (7; 7)\}$$

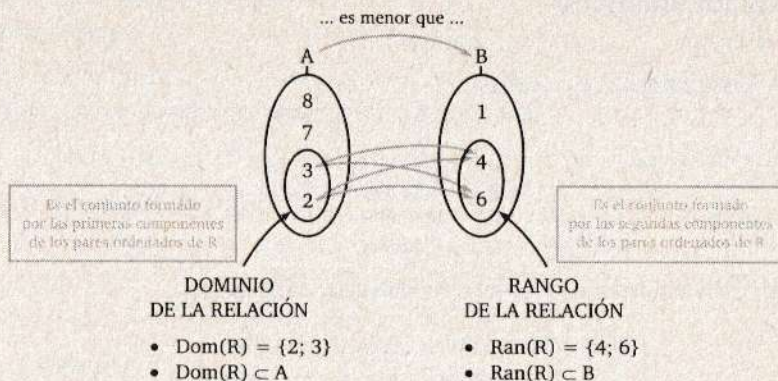
DOMINIO Y RANGO DE UNA RELACIÓN

Dados los conjuntos: $A = \{2; 3; 7; 8\}$

$B = \{1; 4; 6\}$

Y la relación: $R = \{(a; b) \in A \times B / a < b\}$

En el diagrama sagital o de flechas:



Sea una relación R de A en B:

$$\text{Dom}(R) = \{a / (a; b) \in R\}$$

$$\text{Ran}(R) = \{b / (a; b) \in R\}$$

RELACIÓN INVERSA O RECÍPROCA

Toda relación R de A en B tiene una relación inversa R^{-1} de B en A definida por:

$$R^{-1} = \{(b; a) / (a; b) \in R\}$$

Ejemplo: Si R es una relación de A en B: $R = \{(2; 1), (3; 1), (7; 4), (8; 6)\}$

entonces su recíproca es: $R^{-1} = \{(1; 2), (1; 3), (4; 7), (6; 8)\}$

RELACIONES BÁSICAS

Estudiaremos ahora las relaciones básicas que se pueden establecer en $A \times A$, siendo A un conjunto diferente del vacío.

I. RELACIÓN REFLEXIVA

Sea el conjunto: $A = \{2; 3; 5; 7\}$

Y la relación R definida en $A \times A$ donde:

$$R = \{(2; 2), (3; 3), (5; 5), (7; 7), (2; 5)\}$$

Observa que en R todos los elementos de A están relacionados consigo mismo. A toda relación como ésta se le denomina **Relación Reflexiva**.

Si la relación R está definida en $A \times A$, se dice que:

$$R \text{ es reflexiva} \leftrightarrow \forall a \in A : (a; a) \in R$$

II. RELACIÓN SIMÉTRICA

Sea el conjunto: $A = \{2; 3; 5; 7\}$

Y la relación R definida en $A \times A$ donde:

$$R = \{(2; 3)(3; 2)(5; 7)(7; 5)\}$$

Aquí se observa que:

si $(2; 3) \in R$; también $(3; 2) \in R$

si $(3; 2) \in R$; también $(2; 3) \in R$

si $(5; 7) \in R$; también $(7; 5) \in R$

si $(7; 5) \in R$; también $(5; 7) \in R$

A toda relación con esta propiedad se le denomina **Relación Simétrica**.

Si la relación R está definida en A , se dice que:

$$R \text{ es simétrica} \leftrightarrow \forall (a; b) \in R : (b; a) \in R$$

III. RELACIÓN ANTISIMÉTRICA

Sea el conjunto: $A = \{2; 3; 5; 7\}$

Y la relación R definida en A donde:

$$R = \{(2; 5)(3; 3)(3; 7)\}$$

Esta relación establecida en A tiene la propiedad de:

$(2; 5) \in R$ y sus componentes son diferentes pero $(5; 2) \notin R$

$(3; 7) \in R$ y sus componentes son diferentes pero $(7; 3) \notin R$

A toda relación con esta propiedad se le denomina **Relación Antisimétrica**.

Si la relación R está definida en A , se dice que:

$$R \text{ es antisimétrica} \leftrightarrow \forall (a; b) \in R \wedge a \neq b : (b; a) \notin R$$

IV. RELACIÓN TRANSITIVA

Sea el conjunto: $A = \{2; 3; 5; 7\}$

Y la relación R definida en A donde:

$$R = \{(2; 3)(2; 5)(3; 5)\}$$

Se observa que 2 está relacionado con 3 y 3 está relacionado con 5, luego 2 está relacionado con 5.

Simbólicamente: $(2; 3) \in R \wedge (3; 5) \in R \rightarrow (2; 5) \in R$

A toda relación con esta propiedad se le denomina **Relación Transitiva**.

Si la relación R está definida en A , se dice que:

R es transitiva $\leftrightarrow \forall a; b; c \in A$:

$$(a; b) \in R \wedge (b; c) \in R \rightarrow (a; c) \in R$$

RELACIÓN DE EQUIVALENCIA

Sea el conjunto: $A = \{2; 3; 5; 7\}$

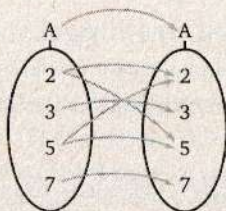
Y la relación R definida en A por el siguiente criterio: "Los elementos de A están relacionados si al dividirlos entre 3 dan el mismo resto".

- Hallemos los pares $(a; b) \in R$.

Efectuamos las divisiones:

$\begin{array}{r} 2 \overline{) 3} \\ 2 \quad 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \overline{) 3} \\ 0 \quad 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \overline{) 3} \\ 2 \quad 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \overline{) 3} \\ 1 \quad 2 \end{array}$
--	--	--	--

Gráficamente:



Luego: $R = \{(2; 2), (2; 5), (5; 2), (5; 5), (7; 7)\}$

Se puede observar que:

- R es reflexiva porque todo elemento de A se relaciona consigo mismo: $(2; 2), (3; 3), (5; 5), (7; 7)$
- R es simétrica porque: si $(2; 5) \in R$, también $(5; 2) \in R$
- R es transitiva porque: $(2; 2) \in R \wedge (2; 5) \in R$ entonces $(2; 5) \in R$

$$(2; 5) \in R \wedge (5; 2) \in R \text{ entonces } (2; 2) \in R$$

En conclusión, la relación R es reflexiva, simétrica y transitiva. A toda relación con estas tres propiedades se le denomina **Relación de Equivalencia**.

Una relación R definida en A ($A \neq \emptyset$) es de equivalencia si y sólo si R es reflexiva, simétrica y transitiva.

CLASES DE EQUIVALENCIA

Consideremos de nuevo la relación de equivalencia:

$$R = \{(2; 2), (2; 5), (5; 3), (5; 2), (5; 5), (7; 7)\}$$

Definida en:

$$A = \{2; 3; 5; 7\}$$

Los subconjuntos de A formados por los elementos que están relacionados entre sí (los que dejan el mismo resto al dividirlos entre 3) se denominan **Clases de Equivalencia**.

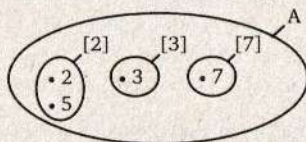
OTRA FORMA

$$\text{Clase (1)} = \{2; 5\} = [2] = [5]$$

$$\text{Clase (2)} = \{3\} = [3]$$

$$\text{Clase (3)} = \{7\} = [7]$$

Gráficamente:



Criterio:

"Dan el mismo resto de dividirlos entre 3"

Observa que estas clases de equivalencias tienen las siguientes propiedades:

- 1° Todas las clases tienen algún elemento, es decir, ninguna clase es el conjunto vacío.
- 2° Las clases distintas son disjunta, es decir, no tienen elementos comunes.
- 3° La unión de las clases de equivalencia es el conjunto A .

NOTA

Toda relación de equivalencia establecida en un conjunto determina en este conjunto una **partición** en clases de equivalencia.

CONJUNTO COCIENTE

Hemos observado que el conjunto $A = \{2; 3; 5; 7\}$ ha quedado particionado en tres clases de equivalencia. Consideremos el conjunto cuyos elementos sean las clases de equivalencia:

$$\{[2]; [3]; [7]\}$$

Este nuevo conjunto se denomina conjunto cociente de A respecto a la relación de equivalencia R y se representa $\frac{A}{R}$ donde:

$$\frac{A}{R} = \{[2], [3], [7]\}$$

Si R es una relación de equivalencia definida en A ($A \neq \emptyset$), se llama conjunto cociente al conjunto formado por todas las clases de equivalencias $[a]$ generados por R en A y se denota:

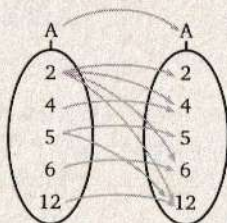
$$\frac{A}{R} = \{[a] / a \in A\}$$

RELACIÓN DE ORDEN

Sea el conjunto: $A = \{2; 4; 5; 6; 12\}$

y la relación R definida en A por el siguiente criterio "..... es divisor de.....".

Halleemos los pares $(a; b) \in R$ gráficamente:



Luego: $R = \{(2; 2), (2; 4), (2; 6), (2; 12), (4; 4), (5; 5), (6; 6), (6; 12), (12; 12)\}$

Se observa que:

- ▲ R es reflexiva porque todo elemento de A es divisor de si mismo:
 $(2; 2), (4; 4), (5; 5), (6; 6), (12; 12)$.
- ▲ R es antisimétrica porque si a es divisor de b y b es divisor de a, sí y solo si $a = b$:
 $(2; 2), (4; 4), (5; 5), (6; 6), (12; 12)$
OBS.: $(2; 4) \in R \rightarrow (4; 2) \notin R$.
- ▲ R es transitiva porque si a es divisor de b y b es divisor de c, entonces a es divisor de c.
 $(2; 6) \in R \wedge (6; 12) \in R \rightarrow (2; 12) \in R$.
 $(2; 2) \in R \wedge (2; 4) \in R \rightarrow (2; 4) \in R$.

En conclusión: la relación R es reflexiva; antisimétrica y transitiva. A toda relación con éstas tres propiedades se le denomina Relación de Orden.

TEORÍA DE LA NUMERACIÓN

DEFINICIÓN

Es parte de la Aritmética que estudia al número en su formación y representación.

NOCIONES PREVIAS

1. **Número:** Es una idea matemática asociada al cardinal de un conjunto.
2. **Numeral:** Representación mediante símbolos o figuras del número.
3. **Sistema Posicional de Numeración:** Conjunto de reglas y principios que nos permite formar y representar correctamente a los números, utilizando símbolos convencionales llamados cifras o dígitos.

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES

1. PRINCIPIO DEL ORDEN

Las cifras de un numeral ocupan un orden que se indica de derecha a izquierda. En cambio el lugar que ocupa una cifra se indica de izquierda a derecha.

Ejemplo: Dado el numeral: 2 485

	4	3	2	1	← ORDEN
	2	4	8	5	
LUGAR (LECTURA) →	1	2	3	4	

- Se afirma:
- La cifra 8 ocupa el orden 2 y el lugar 3
 - La cifra 2 ocupa el mayor orden pero el menor lugar

2. PRINCIPIO DE LA BASE

La base de un sistema de numeración es un número entero mayor que la unidad y que nos indica la cantidad de unidades en un orden cualquiera para formar una unidad del orden siguiente.

Ejemplo: En Base 10: 10 unidades forman 1 decena (10^1)
 10 unidades 1 unidad
 de orden uno de orden dos

10 decenas forman 1 centena (10^2)
 10 unidades 1 unidad
 de orden dos de orden tres

10 centenas forman 1 millar (10^3)
 10 unidades 1 unidad
 de orden tres de orden cuatro
 : :

En Base 12: 12 unidades forman 1 docena (12^1)
 12 unidades 1 unidad
 de orden uno de orden dos

12 docenas forman 1 gruesa (12^2)
 12 unidades 1 unidad
 de orden dos de orden tres

12 gruesas forman 1 masa (12^3)
 12 unidades 1 unidad
 de orden tres de orden cuatro
 : :

Luego, si tenemos el siguiente conjunto:



- Agrupemos de 10 en 10.



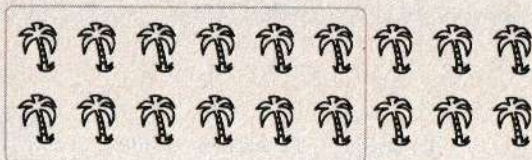
Se forman : 1 decena y 8 unidades

Se representa : 18

Se lee : diez y ocho

Además : $18 = 1 \times 10 + 8$

- Agrupemos de 12 en 12.



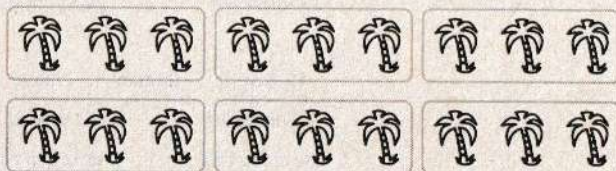
Se forman : 1 docena y 6 unidades

Se representa : $16_{(12)}$ → colocamos la base

Se lee : uno, seis en la base 12

Además : $16_{(12)} = 1 \times 12 + 6$

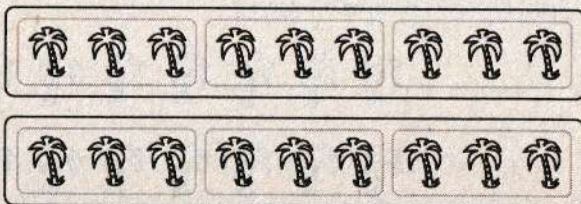
- Agrupemos de 3 en 3.



Se forman : 6 unidades del orden 2 y 0 unidades del orden 1

Se representa : $60_{(3)}$ (incorrectamente escrito)

Pero:



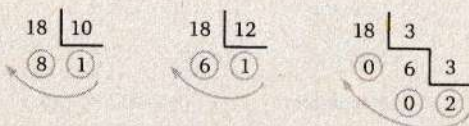
Las 6 unidades del orden 2 forman 2 unidades de orden 3.

Luego: Representación final : $200_{(3)}$ → colocamos la base

Se lee : dos, cero, cero en base 3

Además : $200_{(3)} = 2 \times 3^2 + 0 \times 3^1 + 0 \times 3$

Lo anterior se observa en forma práctica de la siguiente manera:



Luego: $18 = 16_{(12)} = 200_{(3)}$

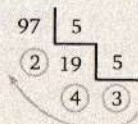


NOTA

Esta forma práctica se denomina divisiones sucesivas y permite expresar un numeral del sistema decimal en otro sistema de numeración (cambio de base)

Ejemplo: Expresar 97 en el sistema quinario

Resolución:



Luego: $97 = 342_{(5)}$

Además: $342 = 3 \times 5^2 + 4 \times 5 + 2$

CONCLUSIONES:

- Las cifras que forman parte de un numeral son números enteros no negativos menores que la base, necesariamente. Aquellas cifras mayores que cero se llaman significativas.
- En toda igualdad de numerales: a mayor representación le corresponde menor base y viceversa.

Ejemplo:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{MENOR} & & \text{MAYOR} \\
 \text{REPRESENTACIÓN} & & \text{REPRESENTACIÓN} \\
 16_{(12)} & = & 200_{(3)} \\
 \text{MAYOR BASE} & & \text{MENOR BASE}
 \end{array}$$

ALGUNOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN

BASE	NOMBRE	CIFRAS QUE UTILIZA
2	Binario	0, 1
3	Ternario	0, 1, 2
4	Cuaternario	0, 1, 2, 3
5	Quinario	0, 1, 2, 3, 4
6	Senario	0, 1, 2, 3, 4, 5
7	Heptanario	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6
8	Octanario	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
9	Nonario	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
10	Decimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
11	Undecimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
12	Duodecimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
⋮	⋮	⋮
n	Enesimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,, (n - 2), (n - 1)

POR CONVENCION:

CIFRA 10 $\langle \rangle$ (10) $\langle \rangle$ A $\langle \rangle$ α CIFRA 11 $\langle \rangle$ (11) $\langle \rangle$ B $\langle \rangle$ β CIFRA 12 $\langle \rangle$ (12) $\langle \rangle$ C $\langle \rangle$ γ

⋮ ⋮ ⋮ ⋮

- Ejemplo:**
- $210311_{(16)} \neq 2(10)3(11)_{16}$
 - $2(10)3(11)_{(16)} = 2A3B_{(16)} = 2\alpha 3\beta_{(16)}$

CORRECCION DE NUMERALES:

Ejemplo: Escribe correctamente los siguientes numerales.

- $476_{(5)}$
- $(12)(-1)8_{(6)}$
- $7(-2)9_{(7)}$

Resolución:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccccc}
 & 1 & & 1 & & 1 & \\
 & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & \\
 4 & 7 & 6 & (5) & = & 4 & 8 & 1 & (5) & = & 5 & 3 & 1 & (5) & = & 1 & 0 & 3 & 1 & (5)
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 \text{1 GRUPO DE} \quad \text{1 GRUPO DE} \quad \text{1 GRUPO DE} \\
 \text{5 Y SOBRA 1} \quad \text{5 Y SOBRA 3} \quad \text{5 EXACTO}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\rightarrow 476_{(5)} = 1031_{(5)}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccccc}
 & 1 & & 2 & & & \\
 & \curvearrowright & & \curvearrowright & & & \\
 (12) & (-1) & 8 & (6) & = & (12) & 0 & 2 & (6) & = & 2 & 0 & 0 & 2 & (6)
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 \text{1 GRUPO DE} \quad \text{2 GRUPO DE} \\
 \text{6 Y SOBRA 2} \quad \text{6 EXACTOS}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\rightarrow (12)(-1)8_{(6)} = 2002_{(6)}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccccccc}
 & 1 & & & & \text{LE PRESTA UN GRUPO DE 7} & \\
 & \curvearrowright & & & & & \\
 7 & (-2) & 9 & (7) & = & 7 & (-1) & 2 & (7) & = & 6 & 6 & 2 & (7)
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 \text{1 GRUPO DE} \\
 \text{7 Y SOBRA 2}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\rightarrow 7(-2)9_{(7)} = 662_{(7)}$$

3. PRINCIPIO DEL VALOR DE LAS CIFRAS

Toda cifra que forma parte de un numeral tiene 2 clases de valores:

- Valor Absoluto (VA):**

Es el valor de la cifra según la figura o símbolo que representa.

- Valor Relativo (VR):**

Es el valor de la cifra según el orden que ocupa en el numeral.

Ejemplo: • Dado el numeral: $M = 7489$

$$VA(7) = 7 \quad VR(7) = 7 \times 10^3$$

$$VA(4) = 4 \quad VR(4) = 4 \times 10^2$$

$$VA(8) = 8 \quad VR(8) = 8 \times 10^1$$

$$VA(9) = 9 \quad VR(9) = 9 \times 10^0$$

Observamos:

$$M = 7489 = \underbrace{7 \times 10^3}_{VR(7)} + \underbrace{4 \times 10^2}_{VR(4)} + \underbrace{8 \times 10^1}_{VR(8)} + \underbrace{9}_{VR(9)}$$

- Dado el numeral: $N = 4321_{(7)}$

$$VA(4) = 4 \quad VR(4) = 4 \times 7^3$$

$$VA(3) = 3 \quad VR(3) = 3 \times 7^2$$

$$VA(2) = 2 \quad VR(2) = 2 \times 7^1$$

$$VA(1) = 1 \quad VR(1) = 1 \times 7^0$$

Observamos:

$$N = 4321_{(7)} = \underbrace{4 \times 7^3}_{VR(4)} + \underbrace{3 \times 7^2}_{VR(3)} + \underbrace{2 \times 7^1}_{VR(2)} + \underbrace{1}_{VR(1)}$$

NOTA

A la suma de los valores relativos de las cifras de un numeral se le llama descomposición polinómica, la cual permite expresar un numeral de un sistema de numeración diferente del sistema decimal al sistema decimal (CAMBIO DE BASE).

Ejemplo: Representar 2712_8 al sistema decimal.

Resolución:

$$2712_8 = 2 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 1 \times 8 + 2$$

$$2712_8 = 1024 + 448 + 8 + 2$$

$$2712_8 = 1482$$

Otra forma es aplicando el método de Ruffini:

	2	7	1	2
8	↓	16	184	1 480
	2	23	185	1 482

Luego: $2712_8 = 1482$

Ejemplo: Escribir 4323_5 en el sistema nonario

Resolución: • 4323_5 al sistema decimal:

$$4323_5 = 4 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 2 \times 5 + 3$$

$$4323_5 = 588$$

- 588 al sistema nonario:

$$\begin{array}{r}
 588 \quad | \quad 9 \\
 \hline
 3 \quad 65 \quad | \quad 9 \\
 \hline
 \quad \quad 2 \quad 7
 \end{array}
 \Rightarrow 588 = 723_9$$

$$\therefore 4323_{(5)} = 723_{(9)}$$

NOTA

Descomposición Polinómica por Bloques

- Ejemplos:**
- $4747 = 4700 + 47 = 47 \times 10^2 + 47$
 - $325325 = 325000 + 325 = 325 \times 10^3 + 325$
 - $6464_{(8)} = 6400_{(8)} + 64_{(8)} = 64_{(8)} \times 8^2 + 64_{(8)}$
 - $721721_{(11)} = 721000_{(11)} + 721_{(11)} = 721_{(11)} \times 11^3 + 721_{(11)}$
 - $9876 = 98 \times 10^2 + 76$
 - $9876 = 987 \times 10^1 + 6$
 - $9876 = 9 \times 10^3 + 876$

REPRESENTACIÓN LITERAL DE UN NÚMERO

Si se desconoce por lo menos una cifra en un numeral, se utilizan letras minúsculas.

Consideraciones:

- Letras diferentes no representan necesariamente cifras diferentes, excepto si lo indican.
- Toda expresión entre paréntesis representa una cifra.
- La primera cifra es diferente de cero.

- Ejemplos:**
- Representar un numeral de dos cifras en base 10.

$$\begin{array}{r}
 \overline{a \ b} = \{10, 11, 12, \dots, 98, 99\} \\
 \downarrow \downarrow \\
 \begin{array}{r}
 1 \ 0 \\
 2 \ 1 \\
 \vdots \ \vdots \\
 9 \ 0
 \end{array}
 \left(\begin{array}{c} \text{TOTAL} \\ \text{NUMERALES} \end{array} \right) = 9 \times 10 = 90
 \end{array}$$

9 10 $\Rightarrow$ TOTAL DE VALORES DE LAS VARIABLES

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 06

- Representar un numeral de tres cifras en base 10.

$$\begin{array}{r}
 \overline{m \quad n \quad p} = \{100, 101, 102, \dots, 998, 999\} \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \quad 0 \quad 0 \\
 2 \quad 1 \quad 1 \\
 \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\
 \underline{9 \quad 9 \quad 9} \\
 9 \quad 10 \quad 10 \quad \leftarrow \text{TOTAL DE VALORES DE LAS VARIABLES}
 \end{array}
 \quad \left(\begin{array}{c} \text{TOTAL} \\ \text{NUMERALES} \end{array} \right) = 9 \times 10 \times 10 = 900$$

- Representar un numeral de cuatro cifras en base 5.

$$\begin{array}{r}
 \overline{x \quad y \quad z \quad w} = \{1000_{(5)}, 1001_{(5)}, 1002_{(5)}, 1003_{(5)}, \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1004_{(5)}, 1010_{(5)}, \dots, 4444_{(5)}\} \\
 2 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 3 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \\
 4 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \\
 \underline{4 \quad 4 \quad 4 \quad 4} \\
 4 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad \leftarrow \text{TOTAL DE VALORES DE LAS VARIABLES}
 \end{array}
 \quad \left(\begin{array}{c} \text{TOTAL} \\ \text{NUMERALES} \end{array} \right) = 4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

NUMERAL CAPICÚA

Es aquel numeral cuyas cifras equidistantes son iguales.

- Ejemplos:**
- $\overline{aa}_{(n)} = \{11; 33_{(5)}; 77_{(9)}; \dots\}$
 - $\overline{aba}_{(n)} = \{757; 222_{(4)}; 575_{(8)}; \dots\}$
 - $\overline{abba}_{(n)} = \{4334; (11)22(11)_{(16)}; \dots\}$

Ejercicio: Cuántos números capicúas existen:

- De 3 cifras en el sistema decimal
- De 4 cifras en el sistema heptanario
- de 5 cifras en el sistema senario, pero, con todas sus cifras impares

Resolución: a) Sea:

$$\begin{array}{r}
 \overline{a \quad b \quad a} = \{101, 111, \dots, 999\} \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \quad 0 \\
 2 \quad 1 \\
 \vdots \quad \vdots \\
 \underline{9 \quad 9} \\
 9 \text{ VAL. TOTAL} \quad \left(\begin{array}{c} \text{TOTAL DE} \\ \text{NUMERALES} \end{array} \right) = 9 \times 10 = 90
 \end{array}$$

SE ANALIZAN SÓLO LAS VARIABLES INDEPENDIENTES

b) Sea: $\overline{m \ n \ n \ m}_{(7)} = \{1\ 001_7, \dots, 6\ 666_7\}$

↓	↓	
1	0	
2	1	
⋮	⋮	
6	6	
—	—	
6VAL	7VAL	

$\left(\begin{array}{c} \text{TOTAL DE} \\ \text{NUMERALES} \end{array} \right) = 6 \times 7 = 42$

c) Sea: $\overline{x \ y \ z \ y \ x}_{(6)} = \{10001_6, \dots, 55555_6\}$

↓	↓	↓	
1	1	1	
3	3	3	
5	5	5	
—	—	—	
3VAL	3VAL	3VAL	

$\left(\begin{array}{c} \text{TOTAL DE} \\ \text{NUMERALES} \end{array} \right) = 3 \times 3 \times 3 = 27$

CASOS ESPECIALES EN LOS CAMBIOS DE BASE

CASO I: De base n a base n^k ; $k \in \mathbb{Z}^+$

Ejemplo: Expresa $210\ 110\ 212_3$ en el sistema nonario.

Resolución:

De base 3 a base 9 = 3^2 → Del numeral dado se forman bloques de 2 cifras a partir de la derecha

2	1	0	1	1	0	2	1	2	$_{(3)}$	⇒	Cada bloque se descompone polinómicamente y los resultados son las cifras de la base 9.
2	3	4	2	$5_{(9)}$							

$$\therefore 210\ 110\ 212_{(3)} = 23\ 425_{(9)}$$

CASO II: De base n^k a base n ; $k \in \mathbb{Z}^+$

Ejemplo: Expresa $7\ (11)\ 43_{(25)}$ en el sistema quinario.

Resolución:

De base 25 = 5^2 a base 5 → Cada cifra de la base 25 genera un bloque de 2 cifras en la base 5, caso contrario completar con ceros a su izquierda.

7	(1 1)	4	3 ₍₂₅₎
1 2	2 1	0 4	0 3 ₍₅₎

⇒ Para generar el bloque de 2 cifras aplique divisiones sucesivas.

$$\therefore 7(1)43_{(25)} = 12210403_{(5)}$$

OTROS CASOS ESPECIALES

1. NUMERAL CON CIFRAS MÁXIMAS

- Ejemplos:**
- $99 = 100 - 1 = 10^2 - 1$
 - $999 = 1000 - 1 = 10^3 - 1$
 - $7777_8 = 10000_8 - 1 = 8^4 - 1$

Luego :

$$\underbrace{(n-1)(n-1) \dots (n-1)}_{\text{"k" cifras}}_{(n)} = n^k - 1$$

2. BASES SUCESIVAS

- Ejemplos:**
- $15_{(7)} = 7 + 5$
 - $14_{15_7} = 14_{(7+5)} = 7 + 5 + 4$
 - $12_{14_{15_7}} = 12_{(7+5+4)} = 7 + 5 + 4 + 2$

Luego :

$$\overline{1a}_{1b} \overline{1a}_{1c} \dots \overline{1a}_{(n)} = a + b + c + \dots + m + n$$

También:

• $\overline{1a}_{1a} \overline{1a}_{1a} \dots \overline{1a}_{(n)} = n + a \cdot k$
veces

• $\overline{a1}_{a1} \overline{a1}_{a1} \dots \overline{a1}_{(n)} = a^k \times n + \frac{a^k - 1}{a - 1}$
veces

$$\overline{ab}_{ab} = a^k \cdot n + b \left[\frac{a^k - 1}{a - 1} \right]$$

↑
"k" veces

3. INTERVALO PARA UN NUMERAL CON CIERTA CANTIDAD DE CIFRAS

- Ejemplos:**
- $10^2 \leq \overline{abc} < 10^3$
 - $10^3 \leq \overline{mnpq} < 10^4$
 - $8^3 \leq \overline{xyzw}_{(8)} < 8^4$

Luego:

$$n^{k-1} \leq N_{(n)} < n^k$$

↓
"k" cifras

4. PARIDAD DE LOS NUMERALES

- Un numeral en base par, será par si su última cifra es par, caso contrario, será impar.
- Un numeral en base impar, será par si la suma de sus cifras es par, caso contrario, será impar.

- Ejemplos:**
- 43216₍₈₎ ⇨ Base par y última cifra par, entonces, el numeral es par.
 - 35729₍₁₂₎ ⇨ Base par y última cifra impar, entonces, el numeral es impar
 - 23144₍₅₎ ⇨ Base impar y suma de cifras par, entonces, el numeral es par.
 - 35212₍₇₎ ⇨ Base impar y suma de cifras impar, entonces, el numeral es impar.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Determinar los valores de "x" e "y" si los siguientes pares ordenados son iguales $(4, 2x-10)$; $(x-1; y+2)$

A) 5; 2 B) 5; -2 C) -5; 2
D) 3; 7 E) 5; 8

2. Si, A y B son conjuntos tales que:

$$A \times B = \{(2, c); (a, d); (b, c); (b, 5)\}$$

$$B \times A = \{(4, a); (c, 3); (d, a); (d, b)\}$$

Calcular: $c^b + d^a$

A) 41 B) 56 C) 89
D) 100 E) 106

3. Si: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3; 22\}$, y la relación $R = \{(a, b)/5a > b\}$, $R \subset A \times B$ ¿cuántos elementos tiene R?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

4. Sea $A = \{2; 4; 6; 9\}$ y R una relación en A definida así: $aRb \leftrightarrow a+b < 10$. Hallar $n(R)$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

5. Dado: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$R = \{(x, y)/x+y=6\} \cdot R \subset A^2$$

Determinar el número de elementos de: $D_{(R)} \cap R_{(R)}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

6. Sean los conjuntos:

$$A = \{2; 4; 6; 8; 10\} \text{ y } B = \{1; 2; 3; 5\}$$

$$\text{y la relación } R = \{(a, b)/a+b > 10\},$$

$R \subset A \times B$. Hallar la suma de los elementos del dominio de R

A) 30 B) 28 C) 24
D) 22 E) 18

7. Si: $R = \{(2; 1), (3; 4), (5; 6), (6; 2)\}$

$$S = \{(1; 4), (5; 1), (6; 5), (2; 3)\}$$

$$A = R^{-1} \cap S. \text{ Hallar } n(A)$$

A) 2 B) 1 C) 0
D) 3 E) 4

8. Sea R una relación en $A = \{1; 2; 3; 4\}$ tal que:

$$R_1 = \{(1; 2); (3; 4); (4; 3); (2; 1); (3; 3)\}$$

$$R_2 = \{(x; y)/x > y\}$$

$$R_3 = \{(x; y)/x + y = 4\}$$

$$R_4 = \{(x; y)/x \text{ es múltiplo de } y\}$$

$$R_5 = \{(x; y)/y = x\}$$

Indique cuántas son simétricas

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

9. Sea: $B = \{2n-1/n \in \mathbb{Z}^+ \wedge n \leq 3\}$ y las siguientes relaciones en B

$$R_1 = \{(1; 1); (3; a); (1; 3); (b; 5)\}$$

$$R_2 = \{(3; 5); (1; 1); (5; c)\}$$

$$R_3 = \{(1; 3); (3; d)\}$$

las cuales son: reflexiva, simétrica y transitiva respectivamente, calcular:

A) 90 B) 120 C) 72
D) 135 E) 45

10. Dado conjunto $A = \{1; 2; 3; 4\}$ y las relaciones en A:

$$R_1 = \{(1;2);(2;3);(1;3);(3;1);(1;1);(4;4)\}$$

$$R_2 = \{(1;2);(2;1);(2;2);(1;1)\}$$

$$R_3 = \{(1;4);(4;1);(2;4);(3;4);(4;3)\}$$

¿Cuáles son una relación transitiva?

- A) R_2 y R_3 B) R_1 C) R_2
D) R_3 E) R_1 y R_2

11. Si:

$$\overline{a5} + \overline{M} + \overline{bcde}_{(a)} - \overline{cyz}_{(b)} = 134_{(c)} + \overline{1bz}_{(e)} + \overline{2xe}_{(c)}$$

,halle el valor de "a+b+c-d-e"

- A) 4 B) 5 C) 8
D) 9 E) 2

12. Corrija los siguientes numerales:

$$* \overline{(n+3)(3n-1)(5n+2)(2n)}_n; \quad n > 6$$

$$* 3(-5)(28)_7$$

$$* 29(15)3(12)_7$$

Halle la suma de las cifras de todos los numerales

- A) 38 B) 39 C) 40
D) 41 E) 43

13. Halle a+b+c, si $\overline{ccc}_{(8)} = \overline{ab1}$

- A) 10 B) 11
C) 12
D) 13 E) más de 14

14. Calcule a + b + n, si:

$$\overline{abab}_{(n)} = 407$$

- A) 9 B) 10 C) 12
D) 13 E) 14

15. Calcular a + b si se cumple:

$$\overline{aabac}_{(5)} = \overline{223c}_{(7)}$$

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

16. Si: $\overline{aba}_{(8)} = \overline{1106}_{(n)}$

Calcule (a + b + n)

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

17. Si: $\overline{aaa...a_2} = \overline{1xyz}$
k cifras

Calcule a + x + y + z + k

- A) 14 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

18. Calcule a + b si:

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline ab \\ \hline \end{array} = 104$$

numerales

- A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

19. ¿Cuántos números de 4 inician y terminan su escritura en cifra par; y sus cifras intermedias son impares?

- A) 400 B) 500 C) 162
D) 625 E) 280

20. Determine la cantidad de números de la forma:

$$(7-a)b(b+3)\left(\frac{12}{c}\right)c$$

- A) 180 B) 240 C) 252
D) 260 E) 280

21. Sea el conjunto:

$A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29\}$
y la relación en A:

$S = \{(x; y) \in A^2 / "x+y" \text{ es un número primo}\}$

Determine el número de elementos de S.

- A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 15

22. Sean los conjuntos:

$A = \{x/ x \text{ es un número primo menor que } 10\}$

$B = \{x/ x \text{ es un número impar } \wedge 1 < x < 8\}$

Determine el número de posibles relaciones de A en B.

- A) 512 B) 1024 C) 4096
D) 256 E) 2048

23. Para
- $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- definimos las relaciones:

$$R_1 = \{(x; y) \in A^2 / 3y = x\}$$

$$R_2 = \{(x; y) \in A^2 / y = 2x\}$$

$$R_3 = \{(x; y) \in A^2 / y = x\}$$

Hallar: $n(R_1 \cup R_2 \cup R_3)$

- A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

24. Sean los conjuntos:

$$A = \{a/a \text{ es impar } \wedge a < 4\}$$

$$B = \{b/b \text{ es par } \wedge 0 < b < 6\}$$

y una relación binaria $R: A \rightarrow B$
definida como: $R = \{(a; b)/a < b\}$

Indique si son verdaderas (V) o falsas (F) según corresponda:

I. $\text{Dom}(R) = A$

II. $n[\text{Dom}(R) \cap \text{Ran}(R)] = 1$

III. $\text{Ran}(R) = \{2; 4\}$

IV. $\text{Dom}(R) \cup \text{Ran}(R) = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

- A) VVFF B) VFVF
C) FFVV D) FVFF
E) VFFV

25. Si:

$M = \{3, 5, 6, 7, 8\}$, se define en "M"

la relación: $R = \{(x; y)/x - y \geq 3\}$

si "d" es el número de elementos del dominio de "R" y "r" el número de elementos el rango de "R", hallar "d+r"

- A) 2 B) 3 C) 10
D) 4 E) 5

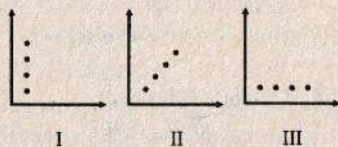
26. Dado el conjunto
- $A = \{2, 3, 4\}$
- se tiene la relación reflexiva definida en A.

$$R = \{(3; 2)(3; c)(b; 4)(2; 3)(2; a)\}$$

Calcule: "a + b + c"

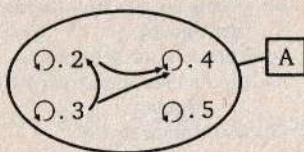
- A) 10 B) 6 C) 8
D) 9 E) 7

27. Según la gráfica, cual representa una relación reflexiva.



- A) I B) II C) II $\wedge$ III
D) I $\wedge$ III E) III

28. El siguiente gráfico muestra una relación definida en el conjunto A.



entonces dicha relación es:

- A) Reflexiva B) Simétrica
C) Transitiva
D) A y B E) A y C
29. En el conjunto $M = \{2; 5; 8\}$ se define la relación R tal que:

$R = \{(b; b); (5; 5); (8; 8); (c; b); (c; x); (x; c)\}$
es reflexiva y simétrica, donde x es impar. Calcule $b + c + x$

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 14 E) 9
30. Determine el valor de la verdad de las siguientes proposiciones:

- I. La relación de inclusión de conjuntos es reflexiva
II. La congruencia de triángulos es una relación simétrica
III. La relación en el conjunto de los números enteros positivos; "x divide a y", es antisimétrica.

- A) FVF B) VFV C) VVF
D) FFV E) VVV

31. Determine el valor de la verdad de las siguientes proposiciones:

- I. En el conjunto de todas las rectas que pertenecen a un plano H, la relación "... es perpendicular a ..." cumple con ser una relación simétrica.
II. En el conjunto de todas las rectas de un plano, la relación de paralelismo es una relación de equivalencia.
III. En el conjunto de los seres humanos, se establece la siguiente relación "... es hermano de ..." es una relación simétrica

- A) FVV B) VFV C) VVF
D) FFV E) VVV

32. Dados los conjuntos:

$A = \{3; m; 4\}$ con $n(A) = 3$
se define en A la relación de equivalencia:
 $R = \{(3; a); (b; b); (3; b); (5; 3); (c; c)\}$
con $n(R) = 5$, calcule $a + b + c$

- A) 10 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

33. Sea: $A = \{2, 3, 5, 8, 10, 12\}$ de modo tal que se define:

$R_1 = \{(x, y) \in A \times A / x \text{ es par} \wedge x \text{ es múltiplo de } y\}$
 $R_2 = \{(x, y) \in A \times A / x = 2y + 2\}$

Entonces:

- I. R_1 tiene 9 elementos
II. R_2 tiene 5 elementos
III. $R_1 \cap R_2 = \Phi$
IV. R_1 no es simétrica

Son correctas:

- A) I y II B) I y III
C) I, II y IV
D) I, III y IV E) Solo III

34. Sea R una relación en los números naturales, la cual se define de la siguiente manera:

$$R = \{(x; y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / 5x + 3y = 64\}$$

Determinar: $\text{Dom}(R) - \text{Ran}(R)$

- A) $\{18; 13; 3\}$ B) $\{2; 5; 11\}$
 C) $\{2; 7; 12\}$
 D) $\{3; 6; 12\}$ E) $\{2; 6; 12\}$

35. Dado los conjuntos:

$$A = \{*, 2; 3\}$$

$$B = \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; \alpha\}$$

Indique cuántas proposiciones son falsas:

$$(7; 3) \in B \rightarrow A \quad (8; *) \in A \rightarrow B$$

$$(10; 3) \in A \rightarrow B$$

$$(3; \alpha) \notin A \rightarrow B \quad (2; 3) \in A \rightarrow A$$

- A) 1 B) 2 C) 3
 D) 4 E) 5

36. En el conjunto A : $A = \{3; 4; 5; 6\}$.

Se define la relación binaria R ; tal que

$$R = \{(a; b) / a = \overset{\circ}{2} + r \wedge b = \overset{\circ}{2} + r;$$

$r \in \mathbb{Z}_0^+\}$. Se cumple:

- A) $n[\text{Rango}(R)] = 3$
 B) $\text{Dominio}(R) \neq \text{Rango}(R)$
 C) R es de equivalencia.
 D) $n(R) = 7$
 E) Suma de elementos de su rango es

13.

37. Sean los conjuntos:

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$$

$$B = \{\text{triángulo; cuadrado; hexágono; heptágono}\}$$

Sea R una relación definida en:

$$A \times B \text{ de: "número de lados y polígono regular"}$$

Calcular el dominio de R

- A) $\{2; 3; 6\}$ B) $\{3; 4; 6\}$ C) $\{6; 3; 5\}$
 D) $\{3; 4; 8\}$ E) $\{2; 5; 8\}$

38. Si: $R = \{(1; 2); (2; 1); (a; a); (c; c); (2; 3); (1; b)\}$

es una relación transitiva

Calcular $a + b + c$; siendo $a \neq b \neq c$

- A) 4 B) 5 C) 6
 D) 7 E) 8

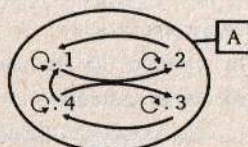
39. Determinar el área de la región determinada en el plano cartesiano por $A \times B$, si:

$$A = \{(3x+2) \in \mathbb{R} / 1 < x \leq 3\}$$

$$B = \{3x \in \mathbb{R} / 3x \leq 2 \wedge -2x \leq 0\}$$

- A) $8u^2$ B) $10u^2$ C) $12u^2$
 D) $13u^2$ E) $16u^2$

40. Dado el conjunto $A = \{1; 2; 3; 4\}$ se define la relación R :



Se afirma que:

- I. $n(R) = 6$
 II. Es reflexiva
 III. Es simétrica
 IV. Es de equivalencia
 Indique cuántas de las proposiciones son verdaderas:

- A) 0 B) 1 C) 2
 D) 3 E) 4

41. Si: $\overline{a(a+1)(a+2)(a+3)}_{(5)} = \overline{bcd}_{(6)}$,
calcule el valor de $a + b + c + d$.

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

42. Si: $\overline{2n}_{(n+4)} = \overline{n2}_{(2n)}$, determine el
valor de n .

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

43. Si: $\overline{3a3a}_{(n)} = 442$. Hallar " n "

A) 4 B) 6 C) 5
D) 7 E) 9

44. Si al expresar $n^8 - 1$ en base n , se tiene
un numeral cuya suma de cifras es 40,
determine el valor de n .

A) 8 B) 10 C) 6
D) 7 E) 5

45. Si: $\overline{pp\dots p_q} = \overline{n0n0n0}_{(2)}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{b \text{ cifras}}$

determine el valor de $p + q + n$.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

46. Si el numeral $\overline{ab4}_{(6)}$ se expresa con 3
cifras iguales en el sistema quinario.
Calcule la suma de cifras del numeral
luego de convertirlo al sistema
nonario.

A) 5 B) 6 C) 12
D) 9 E) 10

47. En cuantos sistemas de numeración el
numeral: $\overline{(a-1)(a-3)}_{(a)}$; convertido
en el sistema decimal tiene 3 cifras?

A) 20 B) 19 C) 15
D) 21 E) 10

48. Si: $\overline{abc}_{ab_{ab_x}} = \overline{7c}_9$

Calcular: $x + a + b$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

49. Si se cumple:

$$\begin{array}{c} 13 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \overline{1a} \quad \overline{1b} \\ \swarrow \quad \searrow \\ 87 \quad 13 \\ \text{numerales} \quad \swarrow \quad \searrow \\ \overline{1a} \quad \overline{1b} \quad \dots \quad \overline{1b} \end{array} = \overline{a0b1}_5$$

Hallar: $a + b$, si $a > 1$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

50. Expresar el mayor número de 20
cifras máximas del sistema nonario en
el sistema ternario, dar como
respuesta la suma de sus cifras

A) 40 B) 50 C) 60
D) 80 E) 100

51. Si se cumple que:

$$\overline{a3bb}_{(n)} = \overline{m3m}_{(g)} = \overline{3cd}$$

halle la suma de las bases en las cuales
 $a \times b \times m \times c \times n$ se representa con cuatro
 cifras

- A) 21 B) 18 C) 28
 D) 30 E) 24

$$52. \text{ Si: } \left(\frac{30}{m} \right) \left(\frac{24}{m} \right) \left(\frac{8m-6}{m} \right)_{(2m-1)} = \overline{amb(m-1)}_n$$

Hallar "a + b + m + n"

- A) 13 B) 14 C) 15
 D) 16 E) 17

53. Si el numeral:

$$\overline{20034001100010003}_{(n)}$$

se convierte al sistema de
 numeración de base n^4 , obtenemos
 un numeral cuya tercera cifra leída de
 derecha a izquierda es 6. Determine el
 valor de n.

- A) 5 B) 6 C) 7
 D) 8 E) 9

54. Si : $\overline{abab}_7 = \overline{c0000}_5$ exprese el
 numeral $\overline{abcabcabc\dots}_{(a+b+c)}$ en base
 42 cifras

a^a . Dar como respuesta la suma de
 cifras

- A) 294 B) 320 C) 650
 D) 456 E) 588

55. Calcular b-a, si se cumple:

$$\overline{1a21b2}_{(n)} = 17n^3 + 14$$

- A) 1 B) 2 C) 3
 D) -1 E) -2

56. ¿Cuál es la base del mayor número de
 "k" cifras que equivale al mayor
 número de "4k" cifras del sistema
 octonario?

- A) 256 B) 512 C) 2048
 D) 4096 E) 1024

$$57. \text{ Si: } \overline{abc0}_{(n)} = \overline{(n-1)(n-2)4}_{(6)}$$

Hallar el valor de (a + b + c - n)

- A) 4 B) -3 C) -4
 D) 3 E) 0

58. Si el número $1211040302_{(k)}$ se
 convierte al sistema de numeración
 de base k^2 , la suma de sus cifras es $\overline{a4}$,
 ¿qué valor puede tomar k?

- A) 8 B) 9 C) 10
 D) 12 E) 11

59. Sabiendo que:

$$N = \underbrace{(a-2)(a+2)111\dots 111a}_{21 \text{ cifras}}_{(8)}$$

es un número par, hallar la suma de las cifras de N luego de expresarlo en el sistema de numeración de base cuatro.

- A) 30 B) 46 C) 31
D) 60 E) 33

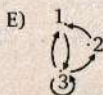
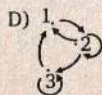
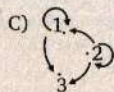
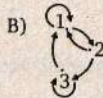
60. Si:
- $\begin{array}{c} 38 \\ \swarrow 38 \\ \text{k veces} \end{array} = 3884$

$\searrow 38 \dots 38_{(n)}$

Hallar el máximo valor de k

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

61. Si $R \subset A \times A$, R se llama relación en A , graficamos la relación poniendo un punto por cada elemento de A y una flecha de x a y para cada $x, y \in A$ tal que $(x, y) \in R$. Dada la siguiente relación, indique la gráfica correcta.
 $R = \{(1;2), (3;1), (2;3), (2;2), (2;1), (3;3)\}$



62. Dado el conjunto

$$A = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / a + b \text{ es par}\}$$

Indique el valor de la verdad de cada uno de las siguientes proposiciones:

- I. $(a, a) \in A$ para todo $a \in \mathbb{N}$
II. Si $(a, b) \in A$ entonces $(b, a) \in A$
III. Si $(a, b) \in A$ y $(b, c) \in A$ entonces $(a, c) \in A$

- A) VFF B) VVF C) VVV
D) FVV E) VFV

63. Sea el conjunto:

$$A = \{n \in \mathbb{N} / 2 \leq n \leq 8\} \text{ y la relación en } A:$$

$$S = \{(x, y) \in A^2 / x \text{ es par} \rightarrow x + y = 8\}$$

El número de elementos de " S " es:

- A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

64. Dado el conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z} / 0 < x < 11\}$ se define en A :

$$R = \{(a, b) \in A^2 / b \text{ es el número de divisores positivos de } a\}$$

$$\text{Calcule } n[\text{Dom}(R)] + n[\text{Ran}(R)] + P$$

Si " P " representa la suma de elementos del rango R .

- A) 21 B) 22 C) 23
D) 24 E) 25

65. En el conjunto $A = \{2; 3; 4; 5\}$

Se definen las relaciones:

$$(x; y) \in R \leftrightarrow x + y = 8$$

$$(x; y) \in S \leftrightarrow 2x - 3y > 2$$

Indique el valor de verdad de:

I. $S \subset R$

II. $\text{Dom}(S) \cap \text{Ran}(R) = \{2; 3; 4\}$

III. $S = \{(x; y) / x = 2y + 1, y \in A\}$

IV. R es una relación de equivalencia

A) VVVV B) FFFF C) VVFF

D) VFVF E) FVFV

66. Dado el conjunto:

$$A = \{2; 3; 5\}$$

Se define:

$$R = \{(2; 3); (5; 2); (3; 3); (2; 5); (5; 5)\}$$

¿Cuántos pares ordenados como mínimo se tienen que aumentar a R para que resulte de equivalencia

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 100

67. Se define la siguiente relación:

$$a R b \leftrightarrow b - a = 15$$

Si se cumple que $(n; 471)$ pertenece a dicha relación. Calcule la suma de los 10 primeros n , que cumplen dicha condición, si se sabe que n es impar.

$$(n \in \mathbb{Z}^+)$$

A) 1 200 B) 1 440 C) 1 320
D) 1 350 E) 1 560

68. En $\mathbb{Z}$ se definen las siguientes relaciones:

$$R_1 = \{(x; y) / 3x + y = 7\}$$

$$R_2 = \{(x; y) / 5x - 4y = 12\} \text{ y también}$$

$$R: (x; y) \in R \leftrightarrow \exists r \in \mathbb{Z} / (x; r) \in R_1 \wedge (r; y) \in R_2$$

Indique la alternativa correcta:

A) $R = \{(x; y) / 8x - 3y = 19\}$

B) $R = \{(x; y) / 2x - 5y = 5\}$

C) $R = \{(x; y) / 15x + 4y = 23\}$

D) $R = \{(x; y) / 3x - 8y = 19\}$

E) $R = \{(x; y) / 4x - 15y = 23\}$

69. Se define R en $A = \{1, 2, 3, 4\}$:

$$(a; b) \in R \leftrightarrow a^2 + 1 < 2b$$

Determine $n[P(R^C)]$

A) 512 B) 1024 C) 2048
D) 4096 E) 128

70. Sea el conjunto:

$$A = \{x / x \text{ es un día de la semana}\}$$

¿Cuántas relaciones reflexivas se pueden definir en A ?

A) 7 B) 2^7 C) 42
D) 2^{49} E) 2^{42}

71. Definimos en el conjunto

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

la siguiente relación:

$$R = \{(1;1), (3;2), (2;2), (5;5), (4;2), (4;4), (3;x), (3;4), (y;x), (z,x), (z;y)\}$$

Si R es relación de equivalencia en A ,halle $2x + 3y - z$

- A) 12 B) 16 C) 18
D) 20 E) 15

72. Sean los conjuntos:

$$A = \{x / (x^2 - 5x + 6 = 0) \vee (x^2 = 16)\}$$

$$B = \{10; 12; 14; 16; 18\}$$

Además $(a; b) \in R \subset A \times B$, tal que: $a \mid b$ Halle el número de subconjuntos de R

- A) 128 B) 1024 C) 256
D) 512 E) 2048

73. Dado:
- $A = \{3, 4, 5\}$

$$R = \{(a,b) \in A^2 / a \leq b\}$$

Decir si R^{-1} es de orden y decir cuántos elementos posee

- A) No, 3 B) No, 6 C) Sí, 5
D) Sí, 6 E) Sí, 8

74. Dado el conjunto:
- $A = [2, 9) \cap \mathbb{Z}$
- se define la relación
- $R \subset A \times A$
- como:
- $(a;b) \in R \rightarrow a$
- es divisor de
- b
- .

Determinar: $n(R)$

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

75. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es correcta para una relación
- R
- en
- A
- ?

I. R es transitiva entonces R^{-1} es transitivaII. R es reflexiva entonces $\text{Dom}(R) = \text{Rang}(R)$ III. R reflexiva y simétrica entonces R transitiva

- A) Solo I B) Solo I y II
C) Solo II
D) II y III E) I, II y III

76. En
- A
- se define la relación
- R
- :

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$R = \{(1,1), (2,3), (4,2), (3,3), (1,4), (2,1), (4,4)\}$$

Si:

$$M = \{x \in A / (x,1) \in R\}$$

$$N = \{y \in A / (4,y) \notin R\}$$

$$P = \{(n-m) / (m^2 - 3m; -12) =$$

$$(-2; n^2 - 7n)\}$$

$$B = M \cup N$$

Definimos en B la relación $R_1 = B \times B$
entonces podemos afirmar:

I. R_1 es de equivalencia

II. $n(R_1) = 9$

III. $R_1 = R^{-1}$

A) Solo I B) Solo II C) Solo III

D) I y II E) I, II y III

77. En un conjunto "A" se ha definido una relación de equivalencia "R" de la cual resulta el conjunto cociente:

$$\frac{A}{R} = \{C_1, C_2, C_3\}$$

$$C_1 = \{2, 3, 5\} \quad C_2 = \{12 - y, 6, y - 2\}$$

$$C_3 = \{x^2, 5x\}$$

$$\text{Si: } n(C_2) = 2, \quad n(C_3) = 1$$

Halle "A" y dar como respuesta la suma de sus elementos.

A) 6 B) 12 C) 20

D) 24 E) 30

78. En el conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ se define las relaciones:

$$(x, y) \in R \Leftrightarrow 2x + 3y = 24$$

$$(x, y) \in S \Leftrightarrow (x + y)(x - y) > 4$$

Indicar cuales son correctos:

(I) $R \cap S \neq \emptyset$

(II) $(x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \Rightarrow x = y$

(III) $\text{Dom}(S) = A - \{0, 1, 2\}$

A) Solo I B) Solo II

C) Solo II y III

D) Solo I y II E) Todas

79. Se define $A = \{4, 3, 7\}$ la relación:

$$R = \{(4; 4), (a; a), (7; a), (b; c), (7; 7)\}$$

($a < c$) reflexiva y simétrica siendo:

p : R es una relación de equivalencia

q : $(c - b; a) \notin R$

r : $(4; b) \in R^{-1}$

Determine los correspondientes valores de verdad de:

I. $(\sim p \rightarrow r) \wedge \sim r$

II. $q \rightarrow p$

III. $\sim r \vee (p \wedge q)$

A) VVF B) VFV C) VVV

D) FVV E) VFF

80. Indique verdadero o falso según corresponda dado el conjunto

$$A = \{x \in \mathbb{Z} / 5 < x < 10\}$$

I. En A se pueden definir 560 relaciones con 3 elementos.

II. En A se pueden obtener 4096 relaciones reflexivas.

III. Se pueden definir 255 relaciones cuyas primeras componentes sean números pares.

A) FFF B) FVF C) VVF

D) VFV E) VVV

81. Sabiendo que:

$$\overline{abcdef}_{(9)} = 5 \times 9^5 - 8 \times 9^4 + 9^3 - 2 \times 9^2 + 15$$

Halle $(a + b + c + d + e + f)$

A) 18 B) 19 C) 20

D) 21 E) 22

82. Si $121011_{(m)} = \overline{abc}_{(m^2)} = \overline{xy}_{(m^3)}$

además $a + b + c + x + y = 96$

Halle el valor numérico de m

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 11

83. Si se sabe que :

$\overline{ab11cd}_{(3)} = \overline{8w7}_{(12_{11}2_2)} \quad y$

$\overline{a000d}_{(n)} = \overline{mpqr}_{(e_{e_{e_0}})}$

Calcule:

$\frac{\overline{dr} \overline{dr} \dots \overline{dr}_{(9)}}{(c+d+w+q) \text{ veces}}$

- A) 18 B) 26 C) 28
D) 29 E) 30

84. Si se cumple $\overline{bc}_n = \overline{an}_m$, donde $m < 5$, entonces el menor número de la base m cuya suma de cifras es 47, al ser expresado en la base b^3 , las tres primeras cifras representan al siguiente número

$\frac{\overline{pq} \overline{pq} \dots \overline{pq}_{(n)}}{k \text{ veces}}$

Donde p es la menor cifra significativa. Calcule (k + q)

- A) 138 B) 139 C) 149
D) 159 E) 169

85. Convirtiendo el entero N a base 11 se obtiene $\overline{xyzw274}_{(11)}$. En el proceso de divisiones sucesivas, el tercer cociente resultó igual a 3151. Calcular la suma de las cifras de N.

- A) 18 B) 22 C) 25
D) 28 E) 31

86. Si A representa la cantidad de números de la forma :

$(7-x)y(y+3)\left(\frac{12}{z}\right)z$ y B es la

cantidad de números de la forma :

$(a-c)\left(\frac{c}{b}\right)(c+9)b_{(12)}$ entonces

A + B es :

- A) 346 B) 368 C) 402
D) 406 E) 412

87. ¿Cuál es la mínima base de numeración en la cual existen $\overline{nm}$ números de la forma:

$(a+4)\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{n+1}{5}\right)(4-n) ?$

- A) 82 B) 83 C) 84
D) 85 E) 86

88. Un número del sistema de numeración de base n al pasarlo al sistema decimal toma la forma: $(n+1)^6$. Si consideramos que n es mínimo, determine la suma de todos los enteros positivos (del sistema decimal) que son menores que n , dando como repuesta la suma de las cifras del resultado.

A) 3 B) 5 C) 7
D) 9 E) 12

89. ¿Cómo se escribe en el sistema de base n^k , ($k \in \mathbb{Z}^+$) el cuadrado del mayor número de k cifras de la base n ?

A) $\overline{(n^k-2)0}_{(n^k)}$ B) $\overline{(n^k-2)1}_{(n^k)}$
C) $\overline{(n^k-1)1}_{(n^k)}$
D) $\overline{(n^k-2)2}_{(n^k)}$ E) $\overline{(n^k-2)3}_{(n^k)}$

90. Para intercambiar información secreta los espías trabajan de la siguiente manera: El emisor envía el mensaje en base 9 y el receptor hace la traducción en base 27. Si se utilizan todas las letras del abecedario, con $A = 0$; $B = 1$; $C = 2$; ... $Z = 26$. ¿Cuál es la frase que guardará el receptor, si le llega el mensaje $\overline{FECHA}_{(9)}$, considerando que él tomará cada letra como inicio de palabra?

A) Buen Debut Alumno Jhonny
B) Buena Salud Ingeniero Jonás
C) Buen Viaje Ilustre Joven
D) Buen Día Ingenioso Juan
E) Viaje Seguro Ilustre Jaime

91. El mayor número de 4 cifras significativas diferentes en la base a tiene como suma de cifras 10 y en la base $a+1$ dicha suma de cifras es 22, siendo $a < 8$. En cuántos sistemas de numeración dicho número se puede escribir con 3 cifras

A) 25 B) 26 C) 27
D) 28 E) 29

92. Si $\overline{abcd} = 4m2d_7$; también:

$$\begin{array}{r} \overline{amo} \\ \overline{am} \\ \overline{am} \dots \overline{am} \\ \hline k \text{ numerales} \end{array} = 1360$$

Hallar: $a + c + k$

A) 18 B) 17 C) 15
D) 16 E) 14

93. Si: $(n+2)\left(\frac{n+1}{2}\right)_{(n-1)} = \overline{abc} = \overline{edee}_{(n+1)}$

además, $\overline{cc5c}_{(9)}$ se expresa en cierto sistema de numeración como un numeral capicúa de 4 cifras. Determinar la suma de cifras de dicho capicúa.

A) 6 B) 12 C) 14
D) 8 E) 10

94. El máximo numeral de $(a+1)$ cifras de la base $(a+1)$ se expresa en base 5 como $\overline{bcd}_{(5)}$. ¿Cuál será la suma de cifras al expresar en base $(n+1)$ el numeral $\overline{d(2b)(a+2)(2a+1)}_{(n)}$ ($n > 7$)

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 12

95. Si sabiendo que en base "k" existen 1430 numerales de la forma: $\overline{(a+4)a(b-1)(c+2)(c-1)b}$ y además el menor numeral de la base (k - 5), cuya suma de cifras es 232, se expresara en la base (2k - 1), determine la suma de cifras del numeral que se obtendría.

A) 312 B) 520 C) 496
D) 562 E) 580

96. Si: $\overline{11 \ 14 \ 17 \dots 1(3n-2)}$ = $\overline{abcd}_{(m+3)}$
"mn" numerales
 $\overline{(m+2)(2m)}$

Expresar: $\overline{ababab\dots}_{(3m+1)}$
2(m + n) cifras

en base 16 y dar como respuesta la suma de cifras de dicho numeral

A) 144 B) 156 C) 169
D) 165 E) 182

97. Existen 1024 números impares de la forma $\overline{abc(a+b)}$ en cierta base par. Calcule cuántos números de 3 cifras diferentes existen en esta base.

A) 2 540 B) 3 600 C) 3 150
D) 3 240 E) 3 520

98. Al convertir el entero M a la base 11 se obtuvo $\overline{ape274}_{(11)}$. En el proceso de las divisiones sucesivas el tercer cociente resultó igual a 151. Calcule la suma de cifras de M más $a \times p \times e$.

A) 18 B) 22 C) 10
D) 28 E) 26

99. Si: $N = 28 \times 13^5 - 19 \times 13^2 + 21 \times 13^3 + 40$ lo expresamos en base 13 la suma de cifras es $\overline{ab}$. Calcule cuántos números capicúas existen entre $\overline{abc}$ y $\overline{(2a)ba(c+6)}$; siendo $\overline{abc}$ un número par de cifras significativas.

A) 115 B) 114 C) 111
D) 110 E) 99

100. El numeral $\overline{xyzwzab0112}_{(n)}$ se expresa en la base n^3 como $\overline{mn[(2r)(2r)][rr]}$ siendo la suma de cifras de este último numeral 6 veces la suma de cifras del primero, disminuida en dos unidades. Calcule la suma de cifras del número, si se expresa en n^2 .

A) 30 B) 31 C) 32
D) 33 E) 34

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:**

Del dato :

$$(4; 2x - 10) = (x - 1; y + 2)$$

Se cumple que :

$$4 = x - 1 \rightarrow x = 5$$

$$2 \frac{x}{5} - 10 = y + 2 \rightarrow y = -2$$

$$\therefore x = 5 \wedge y = -2$$

Rpta.: B**Resolución 2:**

De los datos :

$$A \times B = \{(2, c); (a, d); (b, c); (b, 5)\}$$

$$B \times A = \{(4, a); (c, 3); (d, a); (d, b)\}$$

Se observa que A tiene como elementos

a 2 y 3 ; B tiene como elementos a 4 y 5;

y como $n(A \times B) = 4$ entonces:

$$A = \{2; 3\} \wedge B = \{4; 5\}$$

$$\rightarrow c = 4; a = 2; d = 5; b = 3$$

Luego :

$$c^b + d^a = 4^3 + 5^2 = 89$$

Rpta.: C

Resolución 3:

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$B = \{3; 22\}$$

$$R = \{(a; b) / 5a > b\}, R \subset A \times B$$

Hallemos los elementos de R :

$$5a > b$$

$$5(1) > 3$$

$$5(2) > 3$$

$$5(3) > 3$$

$$5(4) > 3$$

$$5(5) > 3$$

$$5(5) > 22$$

$$R = \{(1,3);(2,3);(3,3);(4,3);(5,3);(5,22)\}$$

$$\therefore n(R) = 6$$

Rpta.: B

Resolución 4:

$$A = \{2; 4; 6; 9\}$$

Como R es una relación en A, $(A \times A)$

y $a R b \leftrightarrow a + b < 10$, entonces :

$$R = \{(2,2);(2,4);(2,6);(4,2);(4,4);(6,2)\}$$

$$\therefore n(R) = 6$$

Rpta.: D

Resolución 5:

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$R = \{(x; y) / x + y = 6\} ; R \subset A^2$$

$$\Rightarrow R = \{(1;5);(2,4);(3;3);(4;2);(5;1)\}$$

Hallando el Dominio de R :

$$D(R) = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

Hallando el Rango de R :

$$R(R) = \{5; 4; 3; 2; 1\}$$

$$\Rightarrow D(R) \cap R(R) = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$\therefore \cap [D(R) \cap R(R)] = 5$$

Rpta.: E

Resolución 6:

$$A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$$

$$B = \{1; 2; 3; 5\}$$

$$R = \{(a; b) / a + b > 10\} , R \subset A \times B$$

Halleemos los elementos de R :

$$R = \{(6;5);(8;3);(8;5);(10;1);(10;2);(10;3);(10;5)\}$$

Luego :

$$D(R) = \{6; 8; 10\}$$

$$\text{piden: } 6 + 8 + 10 = 24$$

Rpta.: C

Resolución 7:

$$S = \{(1; 4), (5; 1), (6; 5), (2; 3)\}$$

$$R = \{(2; 1), (3; 4), (5; 6), (6; 2)\}$$

Hallando su relación inversa (R^{-1})

$$R^{-1} = \{(1; 2), (4; 3), (6; 5), (2; 6)\}$$

Luego:

$$A = R^{-1} \cap S = \{(6; 5)\}$$

$$\therefore n(A) = 1$$

Rpta.: B

Resolución 8:

Del conjunto: $A = \{1; 2; 3; 4\}$

Si $R \subset A^2$ y R es simétrica entonces:

$$\text{Si } (a; b) \in R \rightarrow (b; a) \in R$$

Luego:

$$* R_1 = \{(1; 2); (3; 4); (4; 3); (2; 1); (3; 3)\}$$

$\Rightarrow R_1$ es simétrica

$$* R_2 = \{(x; y); / x > y\}$$

$$R_2 = \{(2; 1); (3; 1); (3; 2); (4; 1); (4; 2); (4; 3)\}$$

Se observa que: $(2; 1) \in R_2 \wedge (1; 2) \notin R_2$

$\Rightarrow R_2$ no es simétrica.

$$* R_3 = \{(x; y); / x + y = 4\}$$

$$R_3 = \{(1; 3); (2; 2); (3; 1)\}$$

$\Rightarrow R_3$ es simétrica

$$* R_4 = \{(x; y); / x \text{ es múltiplo de } y\}$$

$$R_4 = \{(1; 1); (2; 1); (2; 2); (3; 1); (3; 3); (4; 1); (4; 2); (4; 4)\}$$

Se observa que: $(2; 1) \in R_4 \wedge (1; 2) \notin R_4$

$\Rightarrow R_4$ no es simétrica

$$* R_5 = \{(x; y); / y = x\}$$

$$R_5 = \{(1;1); (2;2); (3;3); (4;4)\}$$

$\Rightarrow R_5$ es simétrica

$\therefore$ Hay 3 relaciones simétricas

Rpta.: C

Resolución 9:

$$B = \{2n - 1 / n \in \mathbb{Z}^+ \wedge n \leq 3\}$$

$\hookrightarrow 1, 2, 3$

Hallando B por extensión:

$$B = \{1; 3; 5\}$$

luego:

$$* R_1 = \{(1;1); (3;a); (1;3); (b;5)\}$$

Como R_1 es reflexiva:

$$\forall a \in B: (a;a) \in R_1$$

$$(1;1) \in R$$

$$(3;3) \in R \rightarrow a = 3$$

$$(5;5) \in R \rightarrow b = 5$$

$$* R_2 = \{(3;5); (1;1); (5;c)\}$$

Como R_2 es simétrica:

$$(3;5) \in R_2 \wedge (5; \underset{c}{3}) \in R_2$$

$$* R_3 = \{(1;3); (3;d)\}$$

Como R_3 es transitiva:

$$\forall a; b; c \in B:$$

$$(a;b) \in R_3 \wedge (b;c) \in R_3 \rightarrow (a;c) \in R_3$$

$$(1;3) \in R_3 \wedge (3;d) \in R_3 \rightarrow (1; \underset{3}{d}) \in R_3$$

$$\therefore a \times b \times c \times d = 3 \times 5 \times 3 \times 3 = 135$$

Rpta.: D

Resolución 10:

$$* A = \{1; 2; 3; 4\}$$

$$* R_1 = \{(1;2);(2;3);(1;3);(3;1);(1;1);(4;4)\}$$

$\Rightarrow R_1$ no es transitiva porque:

$$(2;3) \in R_1 \wedge (3;1) \in R_1 \text{ pero } (2;1) \notin R_1$$

$$* R_2 = \{(1;2);(2;1);(2;2);(1;1)\}$$

$\Rightarrow R_2$ es transitiva porque:

$$(1;2) \in R_2 \wedge (2;1) \in R_2 \rightarrow (1;1) \in R_2$$

$$(1;2) \in R_2 \wedge (2;2) \in R_2 \rightarrow (1;2) \in R_2$$

$$(1;1) \in R_2 \wedge (1;2) \in R_2 \rightarrow (1;2) \in R_2$$

$$(2;1) \in R_2 \wedge (1;2) \in R_2 \rightarrow (2;2) \in R_2$$

$$(2;1) \in R_2 \wedge (1;1) \in R_2 \rightarrow (2;1) \in R_2$$

$$(2;2) \in R_2 \wedge (2;1) \in R_2 \rightarrow (2;1) \in R_2$$

$$* R_3 = \{(1;4);(4;1);(2;4);(3;4);(4;3)\}$$

$\Rightarrow R_3$ no es transitiva porque:

$$(1;4) \in R_3 \wedge (4;1) \in R_3 \text{ pero } (1;1) \notin R_3$$

$\therefore R_2$ es una relación transitiva

Rpta.: C

Resolución 11: Por dato:

$$\underbrace{\overline{a5}}_{a < 10} + M + \underbrace{\overline{bcde}}_{d < a} - \underbrace{\overline{cyz}}_{c < b} = \underbrace{134}_{4 < e} + \underbrace{\overline{1bz}}_{b < d} + \underbrace{\overline{2xe}}_{e < c}$$

entonces :

$$4 < \underbrace{e}_5 < \underbrace{c}_6 < \underbrace{b}_7 < \underbrace{d}_8 < \underbrace{a}_9 < 10$$

Luego :

$$a + b + c - d - e = 9$$

Rpta.: C

Resolución 12:

Corrigiendo los numerales:

$$* \overline{(n+3)(3n-1)(5n+2)(2n)}_n ; n > 6$$

$$2(n) + 0 \leftarrow$$

$$\overline{(n+3)(3n-1)(5n+2+2)0}_n$$

$$5(n) + 4 \leftarrow$$

$$\overline{(n+3)(3n-1+5)40}_n$$

$$3(n) + 4 \leftarrow$$

$$\overline{(n+3+3)440}_n$$

$$1(n) + 6 \leftarrow$$

$$1 \ 6 \ 4 \ 4 \ 0_n \Rightarrow \sum \text{cifras} = 15$$

$$* 3 \ (-5) \ 2 \ 8_{(7)}$$

$$1(7) + 1 \leftarrow$$

$$3 \ (-5) \ (2+1) \ 1_{(7)}$$

↳ le presta un grupo de 7

$$(3-1) \ (7-5) \ 3 \ 1_{(7)}$$

$$2 \ 2 \ 3 \ 1_{(7)} \Rightarrow \sum \text{cifras} = 8$$

$$* 2 \ 9 \ (15) \ 3 \ (12)_{(7)}$$

$$1(7) + 5 \leftarrow$$

$$2 \ 9 \ (15) \ (3+1) \ 5_{(7)}$$

$$2(7) + 1 \leftarrow$$

$$2 \ (9+2) \ 1 \ 4 \ 5_{(7)}$$

$$1(7) + 4 \leftarrow$$

$$3 \ 4 \ 1 \ 4 \ 5_{(7)} \Rightarrow \sum \text{cifras} = 17$$

piden :

$$15 + 8 + 17 = 40$$

Rpta.: C

Resolución 13:

$$\overline{ccc}_{(8)} = \overline{ab1}$$

$$c \times 8^2 + c \times 8^1 + c = \overline{ab1}$$

$$\begin{array}{r} 73c \\ \hline 7 \quad 5 \quad 1 \end{array} = \overline{ab1}$$

$$\therefore a + b + c = 13$$

Rpta.: D

Resolución 14:

$$\overline{abab}_n = 407$$

Descomponiendo por bloques

$$\overline{ab}_n \times n^2 + \overline{ab}_n = 407$$

$$\overline{ab}_n \times [n^2 + 1] = 11 \times 37$$

$$n^2 + 1 = 37 \rightarrow n = 6$$

$$\overline{ab}_6 = 11$$

$$\begin{array}{r} 6a + b \\ \hline 1 \quad 5 \end{array} = 11$$

$$\therefore a + b + n = 12$$

Rpta.: C

Resolución 15:

$$\overline{aaba}_{(5)} = \overline{223}_{(7)}$$

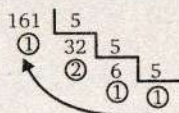
Descomponiendo por bloques

$$\overline{aaba}_{(5)} \times 5^1 + \cancel{a} = \overline{223}_{(7)} \times 7^1 + \cancel{a}$$

$$\overline{aaba}_{(5)} \times 5 = 115 \times 7$$

$$\overline{aaba}_{(5)} = 161$$

Expresando 161 en base 5 :



$$\Rightarrow \overline{aaba}_{(5)} = 1121_{(5)}$$

$$\therefore a + b = 3$$

Rpta.: B

Resolución 16: Se sabe que en una igualdad de numerales, a menor numeral aparente le corresponde mayor base y a mayor numeral aparente le corresponde menor base, luego:

$$\begin{array}{r} - \\ \overline{aba}_{(8)} = 1106_{(n)} \\ + \end{array}$$

Se observa que :

$$6 < \underbrace{n}_{7} < 8$$

$$\Rightarrow \overline{aba}_{(8)} = 1106_{(7)}$$

$$a \times 8^2 + b \times 8^1 + a = 1 \times 7^3 + 1 \times 7^2 + 6$$

$$65 \underbrace{a}_6 + 8 \underbrace{b}_1 = 398$$

$$\therefore a + b + n = 14$$

Rpta.: E

Resolución 17:

$$\overline{aaa \dots a}_2 = \overline{1xyz}$$

"k cifras"

Se observa que :

$$0 < \underbrace{a}_1 < 2$$

$$\Rightarrow \underbrace{111 \dots 1}_k 2 = \overline{1xyz}$$

"k cifras"

$$2^k - 1 = \overline{1xyz}$$

$$\underbrace{2^k}_k = \overline{1xy(z+1)}$$

Sólo $k=10$: $2^{10} = 1024$

$$\therefore a + x + y + z + k = 16$$

Rpta.: C

Resolución 18:

$$\begin{array}{r} 17 \\ \overline{ab} \text{ numerales} \end{array} = 104$$

$$\Rightarrow \overline{ab} + 7 \times \overline{ab} = 104$$

$$8 \times \overline{ab} = 104 \rightarrow \overline{ab} = 13$$

$$\therefore a + b = 4$$

Rpta.: C

Resolución 19: Sea P: cifra par e I: cifra impar, luego del enunciado:

P	I	I	P
<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>
2	1	1	0
4	3	3	2
6	5	5	4
8	7	7	6
	9	8	8

$$4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

$\therefore$ Hay 500 números con esa condición

Rpta.: B

Resolución 20: Se observa que la cifra $(7 - a)$ es independiente, por lo tanto toma cualquier valor de una cifra en base 10:

$$\begin{array}{r}
 \hline
 (7-a) \quad b \quad (b+3) \left(\frac{12}{c} \right) \quad c \\
 \hline
 \begin{array}{ccc}
 \overbrace{1} & \overbrace{0} & \overbrace{2} \\
 2 & 1 & 3 \\
 3 & 2 & 4 \\
 \cdot & 3 & 6 \\
 \cdot & \cdot & \\
 \cdot & \cdot & \\
 9 & 6 & \\
 \hline
 9 \times 7 & \times & 4 = 252
 \end{array}
 \end{array}$$

$\therefore$ Hay 252 números de esa forma

Rpta.: C

Resolución 21: Del enunciado: $A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29\}$
 $S = \{(x;y) \in A^2 / "x+y" \text{ es un número primo}\}$
 $\Rightarrow S = \{(2;3);(2;5);(2;11);(2;17);(2;29);(3;2);$
 $(5;2);(11;2);(17;2);(29;2)\}$
 $\therefore n(S) = 10$

Rpta.: B

Resolución 22:

Expresando los conjuntos por extensión:

$$A = \{2; 3; 5; 7\} \rightarrow n(A) = 4$$

$$B = \{3; 5; 7\} \rightarrow n(B) = 3$$

$$\text{Luego: } n(A \times B) = 4 \times 3 = 12$$

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \# \text{ de Relaciones} \\ \text{de } A \text{ en } B \end{array} \right) = 2^{12} = 4096$$

Rpta.: C

Resolución 23: Del texto:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$R_1 = \{(x; y) \in A^2 / 3y = x\}$$

$$\Rightarrow R_1 = \{(3; 1); (6; 2)\}$$

$$R_2 = \{(x; y) \in A^2 / y = 2x\}$$

$$\Rightarrow R_2 = \{(1; 2); (2; 4); (3; 6)\}$$

$$R_3 = \{(x; y) \in A^2 / y = x\}$$

$$\Rightarrow R_3 = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4); (5; 5); (6; 6)\}$$

Se observa que R_1 , R_2 y R_3 son disjuntos 2 a 2

Entonces:

$$n(R_1 \cup R_2 \cup R_3) = \underbrace{n(R_1)}_2 + \underbrace{n(R_2)}_3 + \underbrace{n(R_3)}_6 = 11$$

Rpta.: D

Resolución 24: Expresando los conjuntos por extensión

$$A = \{1; 3\}$$

$$B = \{2; 4\}$$

En la relación $R: A \rightarrow B$

$$R = \{(a; b) / a < b\}$$

$$\Rightarrow R = \{(1; 2); (1; 4); (3; 4)\}$$

Luego:

$$I.- \underbrace{\text{Dom}(R)}_{\{1; 1; 3\}} = A \dots (V)$$

A

$$II.- \underbrace{n[\text{Dom}(R) \cap \text{Ran}(R)]}_{\{1; 3\} \cap \{2; 4\}} = 1 \dots (F)$$

$\emptyset$

$$\Rightarrow R = n(\emptyset) = 0$$

$$\text{III.- } \underbrace{\text{Ran}(R)}_{\{2; 4\}} = \{2; 4\} \dots (V)$$

$$\text{IV.- } \underbrace{\text{Dom}(R)}_{\{1; 3\}} \cup \underbrace{\text{Ran}(R)}_{\{2; 4\}} = \{0; 1; 2; 3; 4\} \dots (F)$$

$$\{1; 2; 3; 4\}$$

$$\therefore V F V F$$

Rpta.: B

Resolución 25:

Se tiene que :

$M = \{3; 5; 6; 7; 8\}$ y la relación R en M

$$R = \{(x; y) / x - y \geq 3\}$$

Expresando R por extensión:

$$R = \{(6;3);(7;3);(8;3);(8;5)\}$$

Hallando el dominio de R

$$\text{Dom}(R) = \{6; 7; 8\} \rightarrow d = 3$$

Hallando el Rango de R

$$\text{Ran}(R) = \{3; 5\} \rightarrow r = 2$$

$$\therefore d + r = 5$$

Rpta.: E

Resolución 26:

Se tiene: $A = \{2; 3; 4\}$ y la relación R en A :

$$R = \{(3;2);(3;c);(b;4);(2;3);(2;a)\}$$

Como R es reflexiva: $(2;2) \in R \rightarrow a = 2$

$$(3;3) \in R \rightarrow c = 3$$

$$(4;4) \in R \rightarrow b = 4$$

$$\therefore a + b + c = 9$$

Rpta.: D

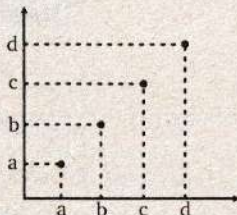
Resolución 27:

Sea el conjunto $A = \{a; b; c; d\}$ donde los elementos están ordenados ascendentemente y la relación R en A tal que :

$$R = \{(a;a);(b;b);(c;c);(d;d)\}$$

Se observa que R es reflexiva

Graficando en un diagrama cartesiano



$\therefore$ La gráfica II representa una relación reflexiva.

Rpta.: B

Resolución 28:

Del gráfico, expresando el conjunto A
y la relación R en A

Por extensión:

$$A = \{2; 3; 4; 5\}$$

$$R = \{(2;2);(3;3);(4;4);(5;5);(3;2);(2;4);(3;4)\}$$

Se observa que:

$$(2;2) \in R; (3;3) \in R; (4;4) \in R; (5;5) \in R$$

$\Rightarrow R$ es reflexiva

También; R es transitiva si:

$$\forall a; b; c \in A:$$

$$(a; b) \in R \wedge (b; c) \in R \rightarrow (a; c) \in R$$

Se observa que:

$$(2;2) \in R \wedge (2;4) \in R \rightarrow (2;4) \in R$$

$$(3;3) \in R \wedge (3;4) \in R \rightarrow (3;4) \in R$$

$$(2;4) \in R \wedge (4;4) \in R \rightarrow (2;4) \in R$$

$$(3;4) \in R \wedge (4;4) \in R \rightarrow (3;4) \in R$$

$$(3;2) \in R \wedge (2;2) \in R \rightarrow (3;2) \in R$$

$$(3;2) \in R \wedge (2;4) \in R \rightarrow (3;4) \in R$$

$\Rightarrow R$ es transitiva

$\therefore R$ es reflexiva y transitiva

Rpta.: E

Resolución 29:

Se tiene : $M = \{2; 5; 8\}$

y la relación R en M :

$$R = \{(b;b);(5;5);(8;8);(c;b);(c;x);(x;c)\}$$

como " x " es impar $\rightarrow x = 5$

como R es reflexiva $\rightarrow (2;2) \in R$

Se observa que: $(b;b) = (2;2) \rightarrow b = 2$

Reemplazando en R :

$$R = \{(2;2);(5;5);(8;8);(c;2);(c;5);(5;c)\}$$

como R es simétrica:

$$(c;2) \in R \wedge (2;c) \in R \rightarrow c = 2$$

$$\therefore b + c + x = 9$$

Rpta.: E

Resolución 30: De las proposiciones:

- I.- La relación de inclusión de conjuntos es reflexiva ya que todo conjunto está incluido en sí mismo.
- II.- La congruencia de triángulos es una relación simétrica ya que si el triángulo A es congruente con el triángulo B entonces el triángulo B es congruente con el triángulo A .

III.- La relación en el conjunto de los $\mathbb{Z}^+$

"x divide a y" es antisimétrica ya que si
"x divide a y" entonces "y divide a x" si
y sólo si "x es igual a y".

∴ La secuencia correcta es: VVV

Rpta.: E

Resolución 31: De las proposiciones:

- I.- La relación "... es perpendicular a ..." es una relación simétrica ya que si la recta "a" es perpendicular a la recta "b" entonces la recta "b" es perpendicular a la recta "a".
- II.- La relación de paralelismo en el conjunto de todas las rectas de un plano es una relación de equivalencia ya que es:
- * Reflexiva: ya que toda recta es paralela a sí misma.
 - * Simétrica: ya que si la recta "a" es paralela a la recta "b" entonces la recta "b" es paralela a la recta "a".
 - * Transitiva: ya que si la recta "a" es paralela a la recta "b" y la recta "b" es paralela a la recta "c" entonces la recta "a" es paralela a la recta "c".
- III.- La relación "... es hermano de ..." es una relación simétrica ya que si la persona A es hermano de la persona B entonces la persona B es hermano de la persona A.

∴ La secuencia correcta es: VVV

Rpta.: E

Resolución 32:

Se tiene el conjunto $A = \{3; m; 4\}$

y la relación R en A :

$$R = \{(3;a);(b;b);(3;b);(5;3);(c;c)\}$$

Se observa que $5 \in A \rightarrow m = 5$

del dato: $n(R) = 5 \rightarrow b \neq 3$

Como R es de equivalencia, es:

Reflexiva: $(3;3) \in R$; $(5;5) \in R$; $(4;4) \in R$

$$\Rightarrow (3;3) = (3;a) \rightarrow a = 3$$

Simétrica: $(5;3) \in R \rightarrow (3;5) \in R$

$$\Rightarrow (3;5) = (3;b) \rightarrow b = 5$$

Luego : $(c;c) = (4;4) \rightarrow c = 4$

$$\therefore a + b + c = 12$$

Rpta.: C

Resolución 33:

Se tiene: $A = \{2; 3; 5; 8; 10; 12\}$

y las relaciones en $A \times A$:

$$R_1 = \{(x; y) \in A \times A / x \text{ es par} \wedge x = y\}$$

$$R_2 = \{(x; y) \in A \times A / x = 2y + 2\}$$

Expresando R_1 y R_2 por extensión

$$R_1 = \{(2;2);(8;8);(10;10);(12;12)\}$$

$$\rightarrow n(R_1) = 4$$

$$R_2 = \{(8;3);(12;5)\} \rightarrow n(R_2) = 2$$

Luego :

$$\text{I.- } n(R_1) = 9 \dots (V)$$

$$\text{II.- } n(R_2) = 5 \dots (F)$$

$$\text{III.- } R_1 \cap R_2 = \emptyset \dots (V)$$

IV.- R_1 no es simétrica ya que

$$(8;2) \in R_1 \wedge (2;8) \notin R_1 \dots (V)$$

$\therefore$ Son correctas: I, III y IV

Rpta.: D

Resolución 34:

Se tiene el conjunto de los números naturales :

$$N = \{1; 2; 3; \dots\}$$

y la relación R en $N \times N$

$$R = \{(x;y) \in N \times N / 5x + 3y = 64\}$$

Resolviendo : $5 \underline{x} + 3 \underline{y} = 64$

$$2 \quad 18$$

$$5 \quad 13$$

$$8 \quad 8$$

$$11 \quad 3$$

$$\Rightarrow R = \{(2;18);(5;13);(8;8);(11;3)\}$$

Luego :

$$\text{Dom}(R) = \{2; 5; 8; 11\}$$

$$\text{Ran}(R) = \{18; 13; 8; 3\}$$

$$\therefore \text{Dom}(R) - \text{Ran}(R) = \{2; 5; 11\}$$

Rpta.: B

Resolución 35:

Se tiene: $A = \{*, 2; 3\}$

$$B = \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; \alpha\}$$

Luego en las proposiciones:

$$(7;3) \in B R A \rightarrow (7;3) \in B \times A \dots (V)$$

$$(8;*) \in A R B \rightarrow (8;*) \in A \times B \dots (F)$$

$$(10;3) \in A R B \rightarrow (10;3) \in A \times B \dots (F)$$

$$(3;\alpha) \notin A R B \rightarrow (3;\alpha) \notin A \times B \dots (F)$$

$$(2;3) \in A R A \rightarrow (2;3) \in A \times A \dots (V)$$

$\therefore$ Hay 3 proposiciones falsas

Rpta.: C

Resolución 36: Se tiene el conjunto A:

$$A = \{3; 4; 5; 6\}$$

y la Relación R en A:

$$R = \{(a;b) / a = \overset{0}{2} + r \wedge b = \overset{0}{2} + r; r \in \mathbb{Z}_0^+\}$$

Expresando R por extensión:

$$R = \{(3; 3); (3; 5); (4; 4); (4; 6); (5; 3); (5; 5); (6; 4); (6; 6)\}$$

Se observa que:

- $\text{Ran}(R) = \{3; 5; 4; 6\}$
 - $\text{Dom}(R) = \{3; 4; 5; 6\}$
 - $n(R) = 8$
 - R es una relación de Equivalencia porque es Reflexiva; Simétrica y Transitiva.
- $\therefore$ R es de Equivalencia.

Rpta.: C

Resolución 37: Expresando la relación R definida en $A \times B$ por extensión:

$$R = \{(3; \text{triángulo}); (4; \text{cuadrado}); (6; \text{hexágono})\}$$

$$\therefore \text{Dom}(R) = \{3; 4; 6\}$$

Rpta.: B

Resolución 38:

Se tiene:

$$R = \{(1;2); (2;1); (a;a); (c;c); (2;3); (1;b)\}$$

como R es transitiva:

$$(1;2) \in R \wedge (2;1) \in R \rightarrow (1;1) \in R$$

$$(1;2) \in R \wedge (2;3) \in R \rightarrow (1;3) \in R$$

$$\text{Se observa que } (1;b) = (1;3) \rightarrow b = 3$$

$$\text{Si : } (a;a) = (1;1) \rightarrow a = 1 \wedge c = 2$$

$$\text{Si : } (c;c) = (1;1) \rightarrow c = 1 \wedge a = 2$$

$$\therefore a + b + c = 6$$

Rpta.: C

Resolución 39: Se tiene :

$$A = \{(3x + 2) \in \mathbb{R} / 1 < x \leq 3\}$$

donde: $1 < x \leq 3$

Dándole forma:

$$3 \times 1 + 2 < 3x + 2 \leq 3 \times 3 + 2$$

$$5 < 3x + 2 \leq 11$$

Graficando :



$$B = \{3x \in \mathbb{R} / 3x \leq 2 \wedge -2x \leq 0\}$$

Se tiene: $-2x \leq 0$

multiplicando por -1

$$2x > 0$$

multiplicando por $\frac{3}{2}$

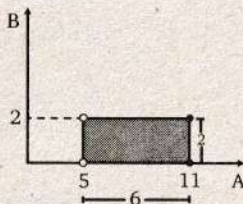
$$3x > 0$$

Luego: $0 < 3x \leq 2$

Graficando :



Graficando $A \times B$ en el plano cartesiano



Se observa que:

$$(\text{Área}) = 6 \times 2 = 12 \text{ u}^2$$

Rpta.: C

Resolución 40:

Del gráfico; expresando R por extensión:

$$R = \{(1;1);(1;2);(2;2);(2;1);(3;3);(3;4);(4;4);(4;1);(4;3)\}$$

Luego:

I.- Falso; ya que $n(R) = 9$

II.- Verdadero; dado que:

$$(1;1) \in R; (2;2) \in R; (3;3) \in R; (4;4) \in R$$

III.- Falso; ya que :

$$(4;1) \in R \wedge (1;4) \notin R$$

IV.- Falso; no es de equivalencia ya que no es simétrica

$\therefore$ Hay 1 proposición verdadera

Rpta.: B

Resolución 41:

Se tiene:

$$\overline{a(a+1)(a+2)(a+3)}_{(5)} = \overline{bcd}_{(6)} \dots (\alpha)$$

Se observa que:

$$0 < a \wedge (a+3) < 5 \rightarrow a = 1$$

Reemplazando en (α) :

$$\underbrace{1\ 2\ 3\ 4}_{(5)} = \overline{bcd}_{(6)}$$

$$\underbrace{1\ 9\ 4} = \overline{bcd}_{(6)}$$

$$5\ 2\ 2_{(6)} = \overline{bcd}_{(6)} \rightarrow b = 5; c = 2; d = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 10$$

Rpta.: C

Resolución 42:

$$\text{Del dato : } \overline{2n}_{(n4)} = \overline{n2}_{(2n)}$$

descomponiendo polinomicamente:

$$2 \times \overline{n4} + n = n \times \overline{2n} + 2$$

$$2(\overline{n4} - 1) = n(\overline{2n} - 1)$$

$$\underbrace{2(n3)} = n[2(n-1)]$$

$$\Rightarrow \dots 6 = n(n-1) \rightarrow n = 3$$

$$\therefore n = 3$$

Rpta.: C

Resolución 43:

$$\overline{3a3a}_{(n)} = 442$$

descomponiendo por bloques:

$$\overline{3a}_{(n)} \times n^2 + \overline{3a}_{(n)} = 442$$

$$\overline{3a}_{(n)} \underbrace{(n^2 + 1)} = 2 \times 13 \times 17$$

Se observa que:

$$n^2 + 1 = 26 \rightarrow n = 5$$

$$\overline{3a}_{(5)} = 17 \rightarrow a = 2$$

$$\therefore n = 5$$

Rpta.: C

Resolución 44:

Se tiene: $n^8 - 1$

Por numeral de cifras máximas sabemos que:

$$n^8 - 1 = \underbrace{(n-1)(n-1)(n-1)\dots(n-1)}_{8 \text{ cifras}}_{(n)}$$

por dato: $\Sigma \text{ cifras} = 40$

$$8(n-1) = 40 \rightarrow n = 6$$

$$\therefore n = 6$$

Rpta.: C

Resolución 45:

$$\underbrace{pp\dots p}_b \dots \underbrace{p}_q = \overline{n0n0n0}_{(2)}$$

Se observa que $n = 1 \wedge q > 2$, luego:

$$\underbrace{pp\dots p}_b \dots \underbrace{p}_q = \overline{101010}_{(2)}$$

$$\underbrace{pp\dots p}_b \dots \underbrace{p}_q = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2$$

$$\underbrace{pp\dots p}_b \dots \underbrace{p}_q = 2 \times 4^2 + 2 \times 4^1 + 2$$

$$\underbrace{pp\dots p}_b \dots \underbrace{p}_q = 222_4 \rightarrow p = 2 \wedge q = 4$$

$$\therefore p + q + n = 7$$

Rpta.: B**Resolución 46:**

$$\text{Del dato: } \overline{ab4}_{(6)} = \overline{xxx}_{(5)}$$

$$\underbrace{\overline{ab}_{(6)}}_{\text{par}} \times \underbrace{6^1}_{\text{par}} + \underbrace{4}_{\text{par}} = \underbrace{31x}_{\text{par}} \rightarrow \text{sólo } x = 4$$

Luego:

$$444_{(5)} = 124 = 147_{(9)}$$

Se pide: $1 + 4 + 7 = 12$

Rpta.: C**Resolución 47:**

$$\overline{(a-1)(a-3)}_{(a)} = \overline{xyz}$$

$$(a-1)a + (a-3) = \overline{xyz}$$

$$a^2 - 3 = \overline{xyz}$$

Se sabe que:

$$100 \leq \overline{xyz} < 1000$$

$$100 \leq a^2 - 3 < 1000$$

$$103 \leq a^2 < 1003$$

$$10, \dots \leq a < 31, \dots$$

$$\Rightarrow a: \underbrace{11; 12; 13; \dots; 31}_{31 - 10 = 21 \text{ valores}}$$

$\therefore \overline{xyz}$ toma 21 valores

Rpta.: D

Resolución 48:

Se tiene: $\overline{abc}_{\overline{ab}_{\overline{ab}_x}} = \overline{7c}_9$

Sea: $\overline{ab}_{\overline{ab}_x} = m$; luego:

$$\overline{abc}_m = \overline{7c}_9 \rightarrow m < 9$$

Descomponiendo por bloques:

$$\overline{ab}_m \times m^1 + c = 7 \times 9 + c$$

$$\overline{ab}_m \times m = 7 \times 9$$

$$\rightarrow m = 7 \wedge \overline{ab}_7 = 9$$

$$\rightarrow a = 1 \wedge b = 2$$

pero: $m = \overline{ab}_{\overline{ab}_x}$

$$7 = 12_{12_x}$$

$$7 = x + 2 + 2 \rightarrow x = 3$$

$$\therefore x + a + b = 6$$

Rpta.: A

Resolución 51:

Del dato:

$$\overline{m3m}_{(8)} = \overline{3cd}$$

$$m \times 8^2 + 3 \times 8^1 + m = \overline{3cd}$$

$$\underbrace{65m}_{5} + 24 = \underbrace{\overline{3cd}}_{349}$$

También:

$$\underbrace{\overline{a3bb}}_{(n)} = 349$$

Al descomponer polinómicamente

se observa que $4 < n < 7$

para que llegue a 345

Si: $n = 5$

$$\Rightarrow a \times 5^3 + 3 \times 5^2 + b \times 5^1 + b = 349$$

$$125 \frac{a}{2} + 6 \frac{b}{4} = 274$$

Obs: Si $n = 6$, no hay valor entero

para b

Luego:

$$a \times b \times m \times c \times n = 2 \times 4 \times 5 \times 4 \times 5 = 800$$

$$\Rightarrow 800 = \boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}_{(x)}$$

Se sabe que:

$$x^3 \leq \boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}_{(x)} < x^4$$

$$x^3 \leq 800 < x^4$$

$$\Rightarrow x = \{6; 7; 8; 9\}$$

$$\text{piden: } 6 + 7 + 8 + 9 = 30$$

Rpta.: D

Resolución 52:

Del dato:

$$\left(\frac{30}{m}\right)\left(\frac{24}{m}\right)\left(\frac{8m-6}{m}\right)_{(2m-1)} = \overline{amb(m-1)}_n$$

Se observa que: como $\left(\frac{8m-6}{m}\right) \in \mathbb{Z}$

$$\text{entonces } 8m - 6 = \overset{\circ}{m} \rightarrow \overset{\circ}{m} = 6$$

$$\text{como } \text{cifra} < \text{base} \rightarrow m = 6$$

Reemplazando en la igualdad:

$$547_{(11)} = \overline{a6b5}_n \rightarrow 6 < n < 11$$

$$\underbrace{5 \times 11^2 + 4 \times 11^1 + 7}_{656} = \overline{a6b}_n \times n^1 + 5$$

$$651 = \overline{a6b}_n \times n \Rightarrow 93 \times 7 = \overline{a6b}_n \times n$$

$$\rightarrow n = 7$$

$$\rightarrow \overline{a6b}_7 = 93 = 162_7 \rightarrow a = 1 \wedge b = 2$$

$$\therefore a + b + m + n = 1 + 2 + 6 + 7 = 16$$

Rpta.: D

Resolución 53:

Del dato:

$$20034001100010003_{(n)} \text{ a base } n^4$$

aplicando cambio de base especial:

$$2 \mid 0034 \mid 0011 \mid 0001 \mid 0003_{(n)}^{\leftarrow} = \overline{2(3n+4)(n+1)13}_{(n^4)}$$

$$\text{por dato : } (n + 1) = 6$$

$$\therefore n = 5$$

Rpta.: A**Resolución 54:**

$$\text{Se tiene : } \overline{abab}_{(7)} = \overline{c0000}_{(5)}$$

$$\overline{ab}_{(7)} \times 7^2 + \overline{ab}_{(7)} = c \times 5^4$$

$$50 \times \overline{ab}_{(7)} = 625c$$

$$2 \times \overline{ab}_{(7)} = 25c$$

Entonces:

$$c = 2 \wedge \overline{ab}_{(7)} = 25 = 34_{(7)}$$

$$\rightarrow a = 3 \wedge b = 4$$

Luego el numeral :

$$\overbrace{abcabcabc \dots}_{42 \text{ cifras}}_{(a+b+c)} = \overbrace{342342342 \dots 342}_{42 \text{ cifras}}_{(9)}$$

$$\text{a base } a^a = 3^3 = 27$$

Aplicando cambio de base especial

de base 9 = 3^2 a base 3:

$$\underbrace{342342 \dots 342342}_{42 \text{ cifras}}_{(9)} = \underbrace{101102101102 \dots 101102101102}_{84 \text{ cifras}}_{(3)}$$

Cambio de base especial de base 3 a base 27:

$$\underbrace{1011021011021101102101102}_{84 \text{ cifras}}_{(3)} = (10)(11)(10)(11) \dots (10)(11)(10)(11)_{(27)}$$

Se pide :

$$\underbrace{10 + 11 + 10 + 11 + \dots + 10 + 11 + 10 + 11}_{28 \text{ sumandos}} = 21(14) = 294$$

Rpta.: A

Resolución 55:

Se tiene:

$$\overline{1a21b2}_{(n)} = 17n^3 + 14 ; (2 < n)$$

$$\overline{1a21b2}_{(n)} = (17)(14)_{(n^3)}$$

Cambio de base especial de base n a base n^2 :

$$\overline{(n^2+an+2)(n^2+bn+2)}_{(n^3)} = (17)(14)_{(n^3)}$$

$$\Rightarrow n^2 + an + 2 = 17$$

$$\Rightarrow n^2 + bn + 2 = 14 \quad \downarrow (-)$$

$$n(a - b) = 3$$

$$\text{como } 2 < n \rightarrow n = 3 \wedge a - b = 1$$

$$\therefore b - a = -1$$

Rpta.: D

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 06

Resolución 56:

Sea la base pedida: n

Por dato:

$$\underbrace{(n-1)(n-1)(n-1)\dots(n-1)}_{\text{"k" cifras}}_{(n)} = \underbrace{777\dots 7}_{\text{"4k" cifras}}_{(8)}$$

Aplicando numeral de cifras máximas:

$$n^k - 1 = 8^{4k} - 1$$

$$\Rightarrow n = 8^4$$

$$\therefore n = 4096$$

Rpta.: D

Resolución 57:

Se tiene:

$$\overline{abc0}_{(n)} = \overline{(n-1)(n-2)4}_{(6)} \Rightarrow n < 6$$

Descomponiendo por bloques:

$$\overline{abc}_{(n)} \times n^1 = \underbrace{\overline{(n-1)(n-2)}_{(6)} \times 6^1}_{\text{\# par}} + 4 \Rightarrow n = 4$$

Reemplazando:

$$\overline{abc}_{(4)} \times 4 = 32_{(6)} \times 6 + 4$$

$$\overline{abc}_{(4)} \times 4 = 124$$

$$\overline{abc}_{(4)} = 31$$

$$\overline{abc}_{(4)} = 133_{(4)}$$

$$\therefore a + b + c - n = 3$$

Rpta.: D

Resolución 58:

Se convierte: $1211040302_{(k)}$ a base k^2
por cambio de base especial:

$$1211040302_{(k)} = \overline{(k+2)(k+1)432}_{(k^2)}$$

Por dato:

$$(k+2) + (k+1) + 4 + 3 + 2 = \overline{a4}$$

$$2k + 8 = 10a$$

$$\begin{array}{rcl} k + 4 & = & 5a \\ 6 & & 2 \\ 11 & & 3 \\ 16 & & 4 \\ \vdots & & \vdots \\ 41 & & 9 \end{array}$$

$\therefore$ "k" puede tomar el valor de 11

Rpta.: E

Resolución 59:

$$\text{Se tiene: } N = \underbrace{(a-2)(a+2)111 \dots 111a}_{21 \text{ cifras}}_{(8)}$$

Como es un # par y la base es par $\rightarrow a$ es par

$$\text{pero: } 0 < (a-2) \wedge (a+2) < 8 \rightarrow a = 4$$

Reemplazando:

$$N = \underbrace{261111 \dots 11114}_{21 \text{ cifras}}_{(8)}$$

Expresando en base 2 por cambio de base especial:

$$N = \underbrace{10110001001001 \dots 001001001100}_{62 \text{ cifras}}_{(2)}$$

Expresando en base 4 por cambio de base especial:

$$N = \underbrace{10|11|00|11|00|10|01|\dots|00|10|01|00|11|00}_{62 \text{ cifras}}_{(2)}$$

$$N = \underbrace{2301021\dots021021030}_{31 \text{ cifras}}_{(4)}$$

Se pide:

$$2 + 3 + 0 + 1 + (0 + 2 + 1) \times 8 + 0 + 3 + 0 = 33$$

Rpta.: E

Resolución 60:

Se sabe por bases sucesivas:

$$\underbrace{\overline{ab} \overline{ab} \overline{ab} \dots \overline{ab}}_{k \text{ veces}} = a^k \times n + b \left[\frac{a^k - 1}{a - 1} \right]$$

Por dato:

$$\underbrace{38 \overline{38} \overline{38} \dots \overline{38}}_{k \text{ veces}} = 3884$$

Aplicando bases sucesivas:

$$3^k \times n + 8 \left[\frac{3^k - 1}{3 - 1} \right] = 3884$$

$$3^k \times n + 4[3^k - 1] = 3884$$

$$3^k \times n + 4 \times 3^k = 3884$$

$$\underbrace{3^k (n + 4)}_{= 3^5 \times 16}$$

$\therefore$ el máximo valor de k es 5

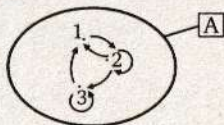
Rpta.: C

Resolución 61:

Se tiene la relación R en A:

$$R = \{(1;2), (3;1), (2;3), (2;2), (2;1), (3;3)\}$$

Graficando:



Rpta.: D

Resolución 62:

Se tiene el conjunto

$$A = \{(a,b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / a + b \text{ es par}\}$$

$$\text{como } a + b \text{ es par} \rightarrow a + b = 2$$

Luego en las proposiciones:

I. $(a,a) \in A \forall a \in \mathbb{N}$

es verdadero ya que:

$$\text{si } a \in \mathbb{N} \rightarrow a + a = 2$$

II. Si $(a,b) \in A$ entonces $(b,a) \in A$

es verdadero ya que:

$$\text{si } a+b = 2 \rightarrow b+a = 2$$

III. Si $(a,b) \in A \wedge (b,c) \in A \rightarrow (a,c) \in A$

es verdadero, dado que:

$$\begin{array}{rcl} a+b=2 & & \\ b+c=2 & \downarrow (+) & \\ \hline a+\underbrace{b+c}_2=2 & \rightarrow & a+c=2 \end{array}$$

$$\text{Luego: si } a+b=2 \wedge b+c=2 \rightarrow a+c=2$$

$\therefore VVV$

Rpta.: C

Resolución 63:

$A = \{n \in \mathbb{N} / 2 \leq n \leq 8\}$ y la relación en A:

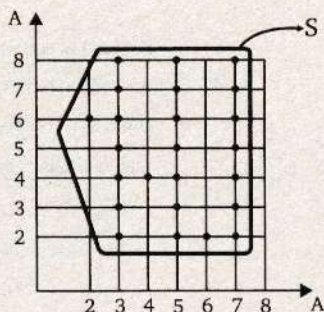
$$\Rightarrow A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$$

y la relación en A:

$$S = \{(x; y) \in A^2 / \underbrace{x \text{ es par} \rightarrow x+y=8}_{\sim(x \text{ es par}) \vee (x+y=8)}\}$$

$$(x \text{ es impar}) \vee (x+y=8)$$

Representando a S en un diagrama cartesiano :



$$\therefore n(S) = 24$$

Rpta.: E

Resolución 64:

Se tiene: $A = \{x \in \mathbb{Z} / 0 < x < 11\}$

$$\Rightarrow A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$$

La relación R en A:

$$R = \{(a; b) \in A^2 / b \text{ es el número de divisiones positivos de } a\}$$

$$\Rightarrow R = \{(1;1); (2;2); (3;2); (4;3); (5;2); (6;4); (7;2); (8;4); (9;3); (10;4)\}$$

Luego:

$$* \text{Dom}(R) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$$

$$\Rightarrow n[\text{Dom}(R)] = 10$$

$$* \text{Ran}(R) = \{1; 2; 3; 4\}$$

$$\Rightarrow n[\text{Ran}(R)] = 4$$

$$P = 1 + 2 + 3 + 4 \Rightarrow P = 10$$

$$\therefore n[\text{Dom}(R)] + n[\text{Ran}(R)] + P = 24$$

Rpta.: D

Resolución 65:

Se sabe que: $A = \{2; 3; 4; 5\}$

y las relaciones en A:

$$(x; y) \in R \leftrightarrow x + y \leq 8$$

$$\Rightarrow R = \{(2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (4; 2); (4; 3) (4; 4); (5; 2); (5; 3)\}$$

$$(x; y) \in S \leftrightarrow 2x - 3y > 2$$

$$\Rightarrow S = \{(5; 2)\}$$

Luego en las proposiciones:

$$\text{I.- } \underline{S \subset R} \dots (V)$$

$$\{(5; 2)\} \subset R$$

$$\text{II.- } \underline{\text{Dom}(S) \cap \text{Ran}(R)} = \{2; 3; 4\} \dots (F)$$

$$\underline{\{5\} \cap \{2; 3; 4; 5\}}$$

$$\{5\}$$

$$\text{III.- } S = \{(x; y)/x = 2y + 1; y \in A\} \dots (V)$$

$$\hookrightarrow 2; 3; 4; 5$$

$$\Rightarrow S = \{(5; 2)\}$$

$$\text{IV.- } R \text{ es relación de equivalencia } \dots (F)$$

porque no es reflexiva: $(5; 5) \notin R$

$\therefore$ La secuencia correcta es VFVF

Rpta.: D

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 06**Resolución 66:**

Se tiene : $A = \{2; 3; 5\}$

y la relación R en A :

$$R = \{(2;3);(5;2);(3;3);(2;5);(5;5)\}$$

para que sea de equivalencia tiene que ser:

* Reflexiva: $\forall a \in A : (a;a) \in R$

$\Rightarrow$ falta (2;2)

* Simetrica: $\forall (a;b) \in R \rightarrow (b;a) \in R$

$\Rightarrow$ falta (3;2)

* Transitiva: $\forall a; b; c \in A :$

$$(a;b) \in R \wedge (b;c) \in R \rightarrow (a;c) \in R$$

$$\text{Obs: } (5;2) \in R \wedge (2;3) \in R \rightarrow (5;3) \in R$$

$\Rightarrow$ falta (5;3)

$\therefore$ Se tienen que aumentar 3 pares como mínimo a R para que sea de equivalencia

Rpta.: C

Resolución 67:

Se tiene:

$$a R b \leftrightarrow b - a = 15$$

Como (n; 471) pertenece a dicha relación:

$$\begin{aligned} \overbrace{471}^{\circ} - n &= \overbrace{15}^{\circ} \\ 15 + 6 - n &= \overbrace{15}^{\circ} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow n = 15k + 6; (n \text{ es impar} \rightarrow k \text{ es impar})$$

$\swarrow$
 $\underbrace{1; 3; 5; \dots; 19}_{10 \text{ primeros valores de } k}$

Luego, se pide:

$$S = \underbrace{21 + 51 + 81 + \dots + 291}_{10 \text{ sumandos}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{21 + 291}{2} \right) \times 10$$

$$\therefore S = 1560$$

Rpta.: E

Resolución 68:

Se tiene las relaciones en $\mathbb{Z}$:

$$R_1 = \{(x; y) / 3x + y = 7\}$$

$$R_2 = \{(x; y) / 5x - 4y = 12\}$$

$$R : (x, y) \in R \Leftrightarrow \exists r \in \mathbb{Z} / (x; r) \in R_1 \wedge (r; y) \in R_2$$

Como:

$$(x; r) \in R_1 \rightarrow 3x + r = 7$$

$$(r; y) \in R_2 \rightarrow 5r - 4y = 12$$

$$\text{Reemplazando: } 5(7 - 3x) - 4y = 12$$

$$23 = 15x + 4y$$

Luego la relación R es:

$$R = \{(x; y) / 15x + 4y = 23\}$$

Rpta.: C

Resolución 69:

$$\text{Se tiene } A = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow n(A) = 4$$

y la relación R en A :

$$R = \{(a; b) / a^2 + 1 < 2b\}$$

$$R = \{(1;2);(1;3);(1;4);(2;3);(2;4)\}$$

$$n(R) = 5$$

Luego:

$$n(R^c) = \frac{n(A)}{4} \times \frac{n(A)}{4} - \frac{n(R)}{5} \rightarrow n(R^c) = 11$$

$$\therefore n[P(R^c)] = 2^{11} = 2048$$

Rpta.: C

Resolución 70:

Expresando nel conjunto A por extensión

$$A = \{L; M; K; J; V; S; D\} \rightarrow n(A) = 7$$

$$\text{ademas: } n(A \times A) = 7 \times 7 = 49$$

para tener una relación reflexiva todo elemento de A se debe relacionar consigo mismo; es decir de los 49 pares ordenados de $A \times A$ se debe garantizar la presencia de 7:

(L; L); (M; M); ... ; (D; D). Luego de los 42 pares restantes podrán formar una relación reflexiva en A, con los pares anteriores.

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \# \text{ de Relaciones} \\ \text{Reflexivas} \end{array} \right) = 2^{42}$$

Rpta.: E

Resolución 71:

Se tiene: $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

y la relación en A :

$$R = \{(1;1), (3;2), (2;2), (5;5), (4;2), (4;4), (3;x), (3;4), (y;x), (z,x), (z;y)\}$$

Como R es de equivalencia, es:

$$\text{Reflexiva : } \forall a \in A \rightarrow (a;a) \in R$$

$$\Rightarrow (3; \underset{x}{3}) \in R \rightarrow x = 3$$

Simétrica: $\forall (a;b) \in R \rightarrow (b;a) \in R$

$$(3;2) \in R \rightarrow \underbrace{(2;3)}_{\substack{z \quad x}} \in R$$

$$(3;4) \in R \rightarrow \underbrace{(4;3)}_{\substack{y \quad x}} \in R$$

$$(4;2) \in R \rightarrow \underbrace{(2;4)}_{\substack{z \quad y}} \in R$$

Se observa que: $z = 2$; $y = 4$

Luego:

$$2x + 3y - z = 2(3) + 3(4) - 2 = 16$$

Rpta.: B

Resolución 72:

Se tiene:

$$A = \{x / \underbrace{(x^2 - 5x + 6 = 0)}_{x=2 \vee x=3} \vee \underbrace{(x^2 = 16)}_{x=-4 \vee x=4}\}$$

$$\Rightarrow A = \{-4; 2; 3; 4\}$$

$$B = \{10; 12; 14; 16; 18\}$$

además $(a;b) \in R \subset A \times B$, tal que: $b = a^2$

$$\Rightarrow R = \{(2;10); (2;12); (2;14); (2;16); (2;18); \\ (3;12); (3;18); (4;12); (4;16)\}$$

$$\Rightarrow n(R) = 10$$

Luego:

$$\left(\begin{array}{c} \# \text{ de Subconjuntos} \\ \text{de } R \end{array} \right) = 2^{10} = 1024$$

Rpta.: B

Resolución 73:

Se tiene : $A = \{3, 4, 5\}$

y la relación:

$$R = \{(a,b) \in A^2 / a \leq b\}$$

$$\Rightarrow R = \{(3;3);(3;4);(3;5);(4;4);(4;5);(5;5)\}$$

luego la relación inversa R^{-1}

$$R^{-1} = \{(3;3);(4;3);(5;3);(4;4);(5;4);(5;5)\}$$

para que sea una relación de orden
tiene que ser:

Reflexiva : $\forall a \in A \rightarrow (a;a) \in R^{-1}$

se observa que R^{-1} es reflexiva

Antisimétrica: $\forall (a;b) \in R^{-1} \wedge a \neq b \rightarrow (b;a) \notin R^{-1}$

$$(4;3) \in R^{-1} \rightarrow (3;4) \notin R^{-1}$$

$$(5;3) \in R^{-1} \rightarrow (3;5) \notin R^{-1}$$

$$(5;4) \in R^{-1} \rightarrow (4;5) \notin R^{-1}$$

$\Rightarrow R^{-1}$ es antisimétrica

Transitiva: $\forall (a;b) \in R \wedge (b;c) \in R \rightarrow (a;c) \in R$

$$(4;3) \in R^{-1} \wedge (3;3) \in R^{-1} \rightarrow (4;3) \in R^{-1}$$

$$(5;4) \in R^{-1} \wedge (4;4) \in R^{-1} \rightarrow (5;4) \in R^{-1}$$

$$(5;3) \in R^{-1} \wedge (3;3) \in R^{-1} \rightarrow (5;3) \in R^{-1}$$

$$(5;4) \in R^{-1} \wedge (4;3) \in R^{-1} \rightarrow (5;3) \in R^{-1}$$

$$(5;5) \in R^{-1} \wedge (5;3) \in R^{-1} \rightarrow (5;3) \in R^{-1}$$

$$(5;5) \in R^{-1} \wedge (5;4) \in R^{-1} \rightarrow (5;4) \in R^{-1}$$

$\Rightarrow R^{-1}$ es transitiva

$\therefore R^{-1}$ es una relación de orden y

$$n(R^{-1}) = 6$$

Rpta.: D

Resolución 74:

Se tiene: $A = [2, 9] \cap \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$$

y la relación $R \subset A \times A$; tal que:

$$(a;b) \in R \rightarrow a \text{ es divisor de } b$$

$$\Rightarrow R = \{(2;2);(2;4);(2;6);(2;8);(3;3);(3;6);$$

$$(4;4);(4;8);(5;5);(6;6);(7;7);(8;8);\}$$

$$\therefore n(R) = 12$$

Rpta.: C

Resolución 75:

En las proposiciones:

I.- R es transitiva entonces R^{-1} es transitiva (V)

Ejm: Sea la relación R en A :

$$R = \{(a;b);(b;c);(a;c)\}$$

como:

$$(a;b) \in R \wedge (b;c) \in R \rightarrow (a;c) \in R$$

R es transitiva

Luego la relación recíproca R^{-1} es

$$R^{-1} = \{(b;a);(c;b);(c;a)\}$$

como:

$$(c;b) \in R^{-1} \wedge (b;a) \in R^{-1} \rightarrow (c;a) \in R^{-1}$$

$\therefore R^{-1}$ es transitiva

II.- R es reflexiva entonces

$$\text{Dom}(R) = \text{Ran}(R) \text{ (V)}$$

Ejm: Sea $A = \{a; b; c\}$

y la relación R en A :

$$R = \{(a;a);(b;b);(c;c);(c;a)\}$$

Se observa que R es reflexiva

porque $\forall x \in A \rightarrow (x;x) \in R$

Luego:

$$\text{Dom}(R) = \{a; b; c\}$$

$$\text{Ran}(R) = \{a; b; c\}$$

III.- R es reflexiva y simétrica
entonces R es transitiva (F)

Ejm: Sea $A = \{a; b; c\}$

y la relación R en A:

$$R = \{(a;a);(b;b);(c;c);(a;c);(c;a);(b;c);(c;b)\}$$

Se observa que R es reflexiva y simétrica
pero no es transitiva ya que:

$$(a;c) \in R \wedge (c;b) \in R \rightarrow (a;b) \notin R$$

$\therefore$ Son correctas solo I y II

Rpta.: B

Resolución 76:

Se tiene: $A = \{1; 2; 3; 4\}$

y la relación R en A

$$R = \{(1;1);(2;3);(4;2);(3;3);(1;4);(2;1);(4;4)\}$$

además :

$$M = \{x \in A / (x,1) \in R\} \rightarrow M = \{1; 2\}$$

$$N = \{y \in A / (4,y) \in R\} \rightarrow N = \{1; 3\}$$

$$P = \{(n-m)/(m^2-3m; -12) = (-2; n^2-7n)\}$$

se cumple que:

$$m^2-3m = -2 \rightarrow m = 1 \vee m = 2$$

$$-12 = n^2-7n \rightarrow n = 3 \vee n = 4$$

$$\Rightarrow P = \{2; 1; 3\}$$

$$B = M \cup N$$

$$\Rightarrow B = \{1; 2; 3\}$$

Se define en B, la relación

$$R_1 = B \times P$$

$$\Rightarrow R_1 = \{(1;1);(1;2);(1;3);(2;1);(2;2);(2;3);(3;1);(3;2);(3;3)\}$$

Luego:

I.- R_1 es de equivalencia (V)
ya que es reflexiva, simétrica
y transitiva

$$\text{II.- } n(R_1) = 9 \text{ (V)}$$

$$\text{III.- } R_1 = R_1^{-1} \text{ (V)}$$

ya que:

$$R_1^{-1} = \{(1;1);(2;1);(3;1);(1;2);(2;2);(3;2);(1;3);(2;3);(3;3)\}$$

$\therefore$ Se afirma que son verdaderas: I, II, III

Rpta.: E

Resolución 77: Se tiene el conjunto cociente:

$$\frac{A}{R} = \{C_1, C_2, C_3\}$$

donde:

$$* C_1 = \{2; 3; 5\}$$

$$* C_2 = \{12 - y; 6; y - 2\}; n(C_2) = 2$$

entonces:

$$12 - y = 6 \vee 6 = y - 2$$

$$y = 6 \vee y = 8$$

$$\Rightarrow C_2 = \{4; 6\}$$

$$* C_3 = \{x^2; 5x\}$$

Entonces:

$$x^2 = 5x \rightarrow x = 5 \vee x = 0$$

pero como C_1 , C_2 y C_3 son disjuntos

$$2 \text{ a } 2 \rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow C_3 = \{0\}$$

$$\text{Luego: } C_1 \cup C_2 \cup C_3 = A$$

$$A = \{2; 3; 5; 4; 6; 0\}$$

$$\therefore (\Sigma \text{ elementos de } A) = 20$$

Rpta.: C

Resolución 78:

$$\text{En } A = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$$

se definen las relaciones

$$* (x; y) \in R \Leftrightarrow \begin{matrix} 2x \\ 0 \\ 3 \\ 6 \\ 9 \\ 12 \end{matrix} + \begin{matrix} 3y \\ 8 \\ 6 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \end{matrix} = 24$$

$$\Rightarrow R = \{(0;8);(3;6);(6;4);(8;2);(12;0)\}$$

$$* (x; y) \in S \Leftrightarrow (x+y)(x-y) > 4$$

$$x^2 - y^2 > 4$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S = \{(3;0);(3;1);(3;2);(4;0);(4;1); \\ (4;2);(4;3);(5;0);(5;1);(5;2); \\ (5;3);(5;4); \dots \} \end{aligned}$$

Luego en las proposiciones:

$$I.- R \cap S \neq \emptyset \dots\dots (V)$$

$$\begin{array}{c} \text{II.- } \underbrace{(x;y) \in R}_F \wedge \underbrace{(y;x) \in R}_F \rightarrow x = y \\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_F \rightarrow \\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_V \end{array}$$

$$\text{III.- } \underbrace{\text{Dom}(S)} = A - \{0; 1; 2\}$$

$$\underbrace{\{3; 4; 5; \dots\}}$$

$$A - \{0; 1; 2\} \dots (V)$$

$\therefore$ todas son correctas.

Rpta.: E

Resolución 79:

Se define: $A = \{4; 3; 7\}$

y la relación R en A :

$$R = \{(4;4), (a;a), (7;a), (b;c), (7;7)\}; (a < c)$$

Como es:

$$\text{* Reflexiva: } (3;3) \in R \rightarrow a = 3$$

$$\text{* Simétrica: } \underbrace{(7; \underbrace{a}_3)} \in R \rightarrow \underbrace{(3; \underbrace{7}_b)} \in R$$

$$\Rightarrow R = \{(4;4), (3;3), (7;3), (3;7), (7;7)\}$$

En las proposiciones

p : R es una relación de equivalencia

$$\Rightarrow p \equiv V$$

$$q: \underbrace{(c-b)}_4; \underbrace{a}_3 \notin R \Rightarrow q \equiv F$$

$$r: (4; \underbrace{b}) \in R^{-1}$$

$$(4; 3) \in R^{-1} \Rightarrow r \equiv F$$

Luego:

$$\text{I. } (\sim p \rightarrow r) \wedge \sim r$$

$$\begin{array}{ccc} \overline{\text{F}} & \overline{\text{F}} & \overline{\text{V}} \\ \hline \text{V} & & \text{V} \\ \hline & \text{V} & \end{array}$$

$$\text{II. } q \rightarrow p$$

$$\begin{array}{cc} \overline{\text{V}} & \overline{\text{V}} \\ \hline & \text{V} \end{array}$$

$$\text{III. } \sim r \vee (p \wedge q)$$

$$\begin{array}{ccc} \overline{\text{V}} & \overline{\text{V}} & \overline{\text{V}} \\ \hline & \text{V} & \\ \hline & \text{V} & \end{array}$$

$$\therefore \text{VVV}$$

Rpta.: C

Resolución 80:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} / 5 < x < 10\}$$

$$A = \{6; 7; 8; 9\} \rightarrow n(A) = 4$$

$$\Rightarrow n(A \times A) = 16; \text{ luego:}$$

$$A \times A = \underbrace{\{(6;6);(6;7);(6;8); \dots ;(9;9)\}}_{16 \text{ elementos}}$$

En las proposiciones:

- I.- En A se pueden definir 560 relaciones con 3 elementos (V)

$$\left(\begin{array}{c} \# \text{ relaciones con} \\ 3 \text{ elementos} \end{array} \right) = C_3^{16} = \frac{16!}{3!.13!} = 560$$

- II.- En A se pueden obtener 4096 relaciones reflexivas (V)

Para tener una relación reflexiva todo elemento de A se debe relacionar consigo mismo, es decir de los 16 pares ordenados se debe garantizar la presencia de 4: (6;6);(7;7);(8;8);(9;9), luego los 12 pares restantes podrán formar una relación reflexiva en A; con los pares anteriores:

$$\left(\begin{array}{c} \# \text{ relaciones} \\ \text{reflexivas} \end{array} \right) = 2^{12} = 4096$$

III.- Se pueden definir 255 relaciones cuyas primeras componentes sean números pares (V)
Como las primeras componentes son pares, tenemos:

$$(6;6);(6;7);(6;8);(6;9);(8;6);(8;7);(8;8);(8;9)$$

8 pares ordenados

$$\left(\begin{array}{c} \# \text{ relaciones cuya} \\ \text{primera componente} \\ \text{sea par} \end{array} \right) = 2^8 = 255$$

∴ V V V

Rpta.: E

Resolución 81:

Del dato:

$$\overline{abcdef}_{(9)} = 5 \times 9^5 - 8 \times 9^4 + 9^3 - 2 \times 9^2 + 15$$

Dandole forma:

$$\overline{abcdef}_{(9)} = 5 \times 9^5 - 8 \times 9^4 + 1 \times 9^3 - 2 \times 9^2 + 0 \times 9^1 + 15$$

$$\overline{abcdef}_{(9)} = 5 \ (-8) \ 1 \ (-2) \ 0 \ (15)_{(9)}$$

Corrigiendo el numeral:

$$\overline{abcdef}_{(9)} = \overset{1 \times 9}{5} \overset{1 \times 9}{(-8)} \overset{1 \times 9}{1} \overset{1 \times 9}{(-2)} \overset{1 \times 9 + 6}{0} \overset{1 \times 9 + 6}{(15)}_{(9)}$$

$$\overline{abcdef}_{(9)} = 410716_{(9)}$$

$$\therefore a + b + c + d + e + f = 19$$

Rpta.: B

Resolución 82:

Del dato:

$$12 \overline{) 1011}_{(m)} = \overline{abc}_{(m^2)}$$

por cambio de base especial

$$\overline{(m+2)m(m+1)}_{(m^2)} = \overline{abc}_{(m^2)}$$

También:

$$12 \overline{) 1011}_{(m)} = \overline{xy}_{(m^3)}$$

por cambio de base especial

$$\overline{(m^2+2m+1)(m+1)}_{(m^3)} = \overline{xy}_{(m^3)}$$

$$\text{como: } a + b + c + x + y = 96$$

Reemplazando:

$$(m+2) + m + (m+1) + (m^2+2m+1) + (m+1) = 96$$

$$m^2 + 6m = 91$$

$$\therefore m = 7$$

Rpta.: B

Resolución 83:

Del dato:

$$\overline{ab11cd}_{(3)} = \overline{8w7}_{(12_{111_2})}$$

$$\overline{ab11cd}_{(3)} = \overline{8w7}_{(9)}$$

Por cambio de base especial

$$\overline{(3a+b)4(3c+d)}_{(9)} = \overline{8w7}_{(9)}$$

Se cumple que:

$$* 3a + b = 8 \rightarrow a = 2 \wedge b = 2$$

$$w = 4$$

$$* 3c + d = 7 \rightarrow c = 2 \wedge d = 1$$

También:

$$\overline{a000d}_{(n)} = \overline{mpqr}_{(\overline{ee}_{e_3})}$$

Reemplazando:

$$\overline{20001}_{(n)} = \overline{mpqr}_{(\overline{ee}_{e_2})}$$

Se observa que $e = 1$, luego:

$$\overline{+20001}_{(n)} = \overline{+mpqr}_{(4)} \rightarrow n = 3$$

$$\overline{20001}_{(3)} = \overline{mpqr}_{(4)}$$

$$163 = \overline{mpqr}_{(4)}$$

$$\overline{2203}_{(4)} = \overline{mpqr}_{(4)} \rightarrow q = 0 \wedge r = 3$$

Se pide:

$$\underbrace{\overline{dr}_{(9)}}_{(c+d+w+q) \text{ veces}} = \underbrace{\overline{13}_{(9)}}_{7 \text{ veces}} = 9 + 3 \times 7 = 30$$

Rpta.: E

Resolución 84:

$$\text{Se tiene: } \overline{bc}_n = \overline{an}_m; m < 5$$

$$0 < a < b < n < m < 5$$

$$\Rightarrow a=1; b=2; n=3; m=4$$

luego; el menor número de la base
 $m = 4$ cuya suma de cifras es 47 es:

$$\underbrace{2333 \dots 333}_{16 \text{ cifras}}_{(4)}; a \text{ base } b^3 = 2^3 = 8$$

expresándolo primero en base 2 por
 cambio de base especial

$$\underbrace{2333 \dots 333}_{16 \text{ cifras}}_{(4)} = \underbrace{10111111 \dots 111111}_{32 \text{ cifras}}_{(2)}$$

expresándolo en base 8 por cambio
 de base especial:

$$\underbrace{10111111 \dots 111111}_{32 \text{ cifras}}_{(2)} = \underbrace{277 \dots 77}_{11 \text{ cifras}}_{(8)}$$

Luego por dato:

$$277 = \overline{pq} \dots \overline{pq}_{(n)}; \text{ donde } p = 1$$

"k" veces

$$277 = \overline{1q} \dots \overline{1q}_{(3)}$$

"k" veces

$$277 = 3 + q \times K$$

$$274 = q \times K \rightarrow q = 2 \wedge K = 137$$

$$\therefore K + q = 139$$

Rpta.: B

Resolución 85:

Del dato:

$$N = \overline{xyzw274}_{(11)}$$

En el proceso de las divisiones sucesivas:

$$\begin{array}{r} N \quad 11 \\ 4 \quad q_1 \quad 11 \\ \quad 7 \quad q_2 \quad 11 \\ \quad \quad 2 \quad q_3 = 3151 \\ \quad \quad \quad \cdot \\ \quad \quad \quad \cdot \end{array}$$

Luego:

$$q_2 = 11(3151) + 2 \rightarrow q_2 = 34663$$

$$q_1 = 11(34663) + 7 \rightarrow q_1 = 381300$$

$$N = 11(381300) + 4 \rightarrow N = 4194304$$

$$\therefore (\Sigma \text{ cifras de } N) = 25$$

Rpta.: C

Resolución 86:

Se tiene:

$$(7-x)y(y+3)\left(\frac{12}{z}\right)z$$

valores de:

$$x: 6; 5; 4; \dots; -1; -2 \Rightarrow 9 \text{ valores}$$

$$y: 0; 1; 2; \dots; 6 \Rightarrow 7 \text{ valores}$$

$$z: 2; 3; 4; 6 \Rightarrow 4 \text{ valores}$$

$$\Rightarrow A = 9 \times 7 \times 4 = 252$$

También se tiene:

$$(a-c)\left(\frac{c}{b}\right)(c+9)b_{(12)}$$

Luego; si :

$$c=0 ; b=1; 2; \dots ; 11; a: 1; 2; \dots ; 11 \Rightarrow 1 \times 11 \times 11 = 121 \text{ valores}$$

$$c=1 ; b=1; (a-1): 1; 2; \dots ; 11 \Rightarrow 1 \times 1 \times 11 = 11 \text{ valores}$$

$$c=2 ; b=1; 2; (a-2): 1; 2; \dots ; 11 \Rightarrow 1 \times 2 \times 11 = 22 \text{ valores}$$

$$\Rightarrow B = 121 + 11 + 22 = 154$$

$$\therefore A + B = 406$$

Rpta.: D

Resolución 87:

Sea la base mínima: x

Si " x " es par $\rightarrow x = 2k ; k \in \mathbb{Z}$

En el numeral:

$$(a+4) \left(\frac{a}{2} \right) \left(\frac{n+1}{5} \right) (4-n)_{(2k)}$$

valores de:

$$a = 0; 2; 4; \dots ; 2k-6 \Rightarrow (k-2) \text{ valores}$$

$$n = 4 \Rightarrow 1 \text{ valor}$$

$$\text{por dato: } (k-2) \times 1 = \overline{nm}$$

$$k-2 = \underbrace{4\overline{m}}_0 \Rightarrow k = 42$$

$$\text{como } x = 2k \rightarrow x = 84$$

Si: " x " es impar $\rightarrow x = 2k + 1; k \in \mathbb{Z}$

En el numeral:

$$(a+4) \left(\frac{a}{2} \right) \left(\frac{n+1}{5} \right) (4-n)_{(2k+1)}$$

valores de:

$$a = 0; 2; 4; \dots ; 2k-4 \Rightarrow (k-1) \text{ valores}$$

$$n = 4 \Rightarrow 1 \text{ valor}$$

por dato: $(k-1) \times 1 = \overline{nm}$

$$k-1 = \underbrace{4 \overline{m}}_0 \Rightarrow k = 41$$

como $x = 2k+1 \rightarrow x = 83$

$\therefore$ base mínima es 83

Rpta.: B

Resolución 88:

Sea "N" el número en el sistema decimal.

Por dato:

$$N = (n+1)^6$$

$$N = n^6 + 6n^5 + 15n^4 + 20n^3 + 15n^2 + 6n + 1$$

Representado en base n:

$$N = 16(15)(20)(15)61_{(n)}$$

Como "n" es mínimo $\rightarrow n = 21$

luego, la suma de los $Z^+ < n$:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

$$\text{piden: } 2 + 1 + 0 = 3$$

Rpta.: A

Resolución 89:

Se tiene:

$$\underbrace{(n-1)(n-1)(n-1) \dots (n-1)}_{\text{"k" cifras}} = n^k - 1$$

elevando al cuadrado:

$$(n^k - 1)^2 = n^{2k} - 2n^k + 1$$

$$(n^k - 1)^2 = (n^k - 2) \times n^k + 1$$

$$\therefore (n^k - 1)^2 = \overline{(n^k - 2)1}_{(n^k)}$$

Rpta.: B**Resolución 90:**

Por dato:

$$A=0; B=1; C=2; D=3; E=4; F=5; G=6;$$

$$H=7; I=8; J=9; \dots \dots \dots ; V=22; W=23;$$

$$X=24; Y=25; Z=26$$

Se tiene:

$$\overline{FECHA}_{(9)} = 54270_{(9)}$$

Como el receptor hace la traducción en la base 27; primero lo expresa en base 3 por cambio de base especial

$$\overline{54270}_{(9)} = 1211022100_{(3)}$$

Luego lo expresa en base 27 = 3^3 también por cambio de base especial:

$$\overline{1211022100}_{(3)} = 1(22)89_{(27)}$$

Reemplazando las letras:

$$1(22)89_{(27)} = \overline{BVIJ}_{(27)}$$

luego la frase que guardará el receptor
será por las claves:
"Buen viaje ilustre joven"

Rpta.: C

Resolución 91:

Se tiene el mayor número de 4 cifras
diferentes de la base "a" cuya suma
de cifras es 10:

$$4321_{(a)} \dots (\alpha)$$

Al expresarlo en base: $a+1$, aplicando
Ruffini; entonces:

$$a+1 \equiv 0 \rightarrow a \equiv -1$$

Luego:

	4	3	2	1
-1	↓	-4	1	-3
	4	-1	3	<u>-2</u>
-1	↓	-4	5	
	4	-5	<u>8</u>	
-1	↓	-4		
	4	<u>-9</u>		

$$\Rightarrow 4(-9)8(-2)_{(a+1)}; \text{ siendo } a < 8$$

corrigiendo el numeral:

$$\overset{2(a+1)}{4} \overset{1(a+1)}{(-9)} 8 \overset{1(a+1)}{(-2)}_{(a+1)} = \overline{2(2a-7)7(a-1)}_{(a+1)}$$

Por dato:

$$2 + (2a-7) + 7 + (a-1) = 22 \rightarrow a = 7$$

Luego en (α) :

$$4321_{(7)} = 4 \times 7^3 + 3 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 1 = 1534$$

Como 1534 se escribe en base "k"
con 3 cifras:

$$100_{(k)} \leq 1534 < 1000_{(k)}$$

$$\begin{array}{ccc} k^2 \leq 1534 < k^3 \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ k_{\text{máximo}} = 39 & & k_{\text{mínimo}} = 12 \end{array}$$

$$\Rightarrow K = \underbrace{12; 13; 14; \dots; 39}$$

$$39 - 11 = 28 \text{ valores}$$

Rpta.: D

Resolución 92:

Se tiene: $\overline{abcd} = \overline{4m2d}_7$

descomponiendo por bloques:

$$\overline{abc} \times 10^1 + d = \overline{4m2}_7 \times 7^1 + d$$

$$\underbrace{\overline{abc} \times 10}_{\dots 0} = \underbrace{(198 + 7m) \times 7}_{\dots 0}$$

Se observa que: $m = 6$; luego:

$$\overline{abc} \times 10 = (240) \times 7 \rightarrow \overline{abc} = 168$$

También; se tiene:

$$\begin{array}{r} \overline{amo} \\ \overline{am} \\ \overline{am} \dots \overline{am} \\ \hline k \text{ numerales} \end{array} = 1360$$

Reemplazando:

$$\begin{array}{r} 160 \\ 16 \\ \overline{16} \dots 16 \\ \hline k \text{ numerales} \end{array} = 1360$$

$$\Rightarrow 160_{[10+6(k-1)]} = 1360$$

$$160_{[6k+4]} = 1360$$

$$\underbrace{16}_{[6k+4]} \times \underbrace{[6k+4]} = \underbrace{1360}$$

$$[6k+10] \times [6k+4] = 40 \times 34 \rightarrow k = 5$$

piden:

$$a + c + k = 1 + 8 + 5 = 14$$

Rpta.: E

Resolución 93:

$$\overline{(n+2)\left(\frac{n+1}{2}\right)(n-1)}_{(7)} = \overline{eddee}_{(n+1)}$$

Se observa que: $n = 1 \vee n = 3$

Si $n = 1$:

$$\Rightarrow \underbrace{310}_{(7)}_{\# \text{ par}} = \underbrace{11111}_{(2)}_{\# \text{ impar (Absurdo)}}$$

Si $n = 3$:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \underbrace{522}_{(7)} &= \overline{eddee}_{(4)} \\ \underbrace{261} &= \overline{eddee}_{(4)} \\ 10011_{(4)} &= \overline{eddee}_{(4)} \end{aligned}$$

También:

$$261 = \overline{abc} \rightarrow c = 1$$

Luego, el numeral:

$$\overline{cc5c}_{(9)} = 1151_{(9)}$$

en base "x" es un capicúa de 4 cifras

$$\begin{aligned} \Rightarrow \underbrace{1151}_{+}_{(9)} &= \overline{abba}_{(x)} \Rightarrow x < 9 \\ 856 &= \overline{abba}_{(x)} \end{aligned}$$

Si:

$$x = 8 \rightarrow 856 = \dots 0_8 \text{ (no puede ser capicúa)}$$

$$x = 7 \rightarrow 856 = 2332_{(7)}$$

$$\text{piden: } 2 + 3 + 3 + 2 = 10$$

Rpta.: E**Resolución 94:**

Se tiene:

$$\underbrace{aaa\dots a}_{(a+1)} = \overline{bcde}_{(5)}$$

(a+1) cifras

$$(a+1)^{(a+1)} - 1 = \overline{bcde}_{(5)} \dots (\alpha)$$

Pero:

$$1000_{(5)} \leq \overline{bcde}_{(5)} < 10000_{(5)}$$

$$125 \leq (a+1)^{(a+1)} - 1 < 625 \rightarrow a = 3$$

En (α)

$$\underbrace{4^4 - 1}_{2010_{(5)}} = \overline{bcde}_{(5)}$$

$$\Rightarrow b = 2; c = 0; d = 1; e = 0$$

Luego el numeral:

$$\overline{d(2b)(a+2)(2a+1)}_{(n)} = 1457_{(n)}; 7 < n$$

al expresarlo en base (n + 1)

por Ruffini:

$$n + 1 = 0 \rightarrow n \equiv -1$$

Luego :

	1	4	5	7
-1		-1	-3	-2
	1	3	2	5
-1		-1	-2	
	1	2	0	
-1		-1		
	1	1		

el numeral es:

$$1105_{(n+1)}$$

piden:

$$1 + 1 + 0 + 5 = 7$$

Rpta.: A

Resolución 95:

Se tiene:

$$(a+4)a(b-1)(c+2)(c-1)b_{(k)}$$

valores de:

$$a=0; 1; 2; \dots; k-5 \Rightarrow (k-4) \text{ valores}$$

$$b=1; 2; 3; \dots; k-1 \Rightarrow (k-1) \text{ valores}$$

$$c=1; 2; 3; \dots; k-3 \Rightarrow (k-3) \text{ valores}$$

por dato:

$$\underbrace{(k-4)}_{10} \underbrace{(k-1)}_{13} \underbrace{(k-3)}_{11} = 1430 \rightarrow k = 14$$

luego, el menor numeral de la base
(k-5) = 9, cuya suma de cifras es 232:

$$\underbrace{888 \dots 888}_{29 \text{ cifras}}_{(9)} \text{ a base } (2k-1) = 27$$

Dándole forma:

$$\begin{aligned} \underbrace{888 \dots 888}_{29 \text{ cifras}}_{(9)} &= 9^{29} - 1 = (3^2)^{29} - 1 \\ &= (3^3)^{19} \times 3 - 1 = 3 \times 27^{19} - 11 \end{aligned}$$

$$= \underbrace{300\dots000}_{19 \text{ cifras}}_{(27)} - 1 = 2 \underbrace{(26)(26)\dots(26)}_{19 \text{ cifras}}_{(27)}$$

Se pide:

$$2 + 26 + 26 + \dots + 26 + 26 = 496$$

19 sumandos

Rpta.: C

Resolución 96:

Se tiene:

$$\begin{array}{c} 11 \\ 14 \\ 17 \dots \\ \text{"mn"} \\ \text{numerales} \end{array} \quad \begin{array}{c} 1(3n-2) \\ \hline (m+2)(2m) \end{array} = \overline{abcd}_{(m+3)}$$

Se observa que: $\overline{mn} = n \rightarrow 11m = n$

también:

$$(3n-2) < \overline{(m+2)(2m)} \rightarrow \text{sólo } m=1 \wedge n=11$$

Reemplazando:

$$\begin{array}{c} 11 \\ 14 \\ 17 \dots \\ 11 \\ \text{numerales} \end{array} \quad \begin{array}{c} 1(31) \\ \hline (32) \end{array} = \overline{abcd}_{(4)}$$

$$\Rightarrow 32 + \underbrace{1 + 4 + 7 + \dots + 31}_{11 \text{ sumandos}} = \overline{abcd}_{(4)}$$

$$32 + \left(\frac{1+31}{2} \right) \times 11 = \overline{abcd}_{(4)}$$

$$208 = \overline{abcd}_{(4)}$$

$$3100_{(4)} = \overline{abcd}_{(4)} \rightarrow a = 3 \wedge b = 1$$

Luego; reemplazando en:

$$\underbrace{\overline{ababab\dots}}_{2(m+n) \text{ cifras}}^{(3m+1)} = \underbrace{\overline{313131\dots}}_{24 \text{ cifras}}^{(4)}$$

Expresándolo en base 16 por cambio de base especial:

$$\underbrace{\overline{313131\dots 3131}}_{24 \text{ cifras}}^{(4)} = \underbrace{\overline{(13)(13)(13)\dots(13)(13)}}_{12 \text{ cifras}}^{(16)}$$

Se pide:

$$\underbrace{13 + 13 + 13 + \dots + 13 + 13}_{12 \text{ sumandos}} = 156$$

Rpta.: B

Resolución 97: Sea la base par: $2k$; $k \in \mathbb{Z}^+$

Como se tiene 1024 números impares de la forma:

$$\overline{abc(a+b)}_{(2k)} \rightarrow (a+b) \text{ es impar}$$

Luego; si:

$$a=1; b=\underbrace{0; 2; 4; \dots; 2k-2}_{\text{"k" valores}}; c=\underbrace{0; 1; 2; \dots; 2k-1}_{\text{"2k" valores}} \Rightarrow \text{total de valores } k \times 2k$$

$$a=2; b=\underbrace{1; 3; 5; \dots; 2k-3}_{(k-1) \text{ valores}}; c=\underbrace{0; 1; 2; \dots; 2k-1}_{\text{"2k" valores}} \Rightarrow (k-1) \times 2k$$

$$a=3; b=\underbrace{0; 2; 4; \dots; 2k-4}_{(k-1) \text{ valores}}; c=\underbrace{0; 1; 2; \dots; 2k-1}_{\text{"2k" valores}} \Rightarrow (k-1) \times 2k$$

$$a=4; b=\underbrace{1; 3; 5; \dots; 2k-5}_{(k-2) \text{ valores}}; c=\underbrace{0; 1; 2; \dots; 2k-1}_{\text{"2k" valores}} \Rightarrow (k-2) \times 2k$$

$$a=5; b=\underbrace{0; 2; 4; \dots; 2k-6}_{(k-2) \text{ valores}}; c=\underbrace{0; 1; 2; \dots; 2k-1}_{\text{"2k" valores}} \Rightarrow (k-2) \times 2k$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\begin{array}{cccc}
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 a=2k-2 ; b=\underbrace{1}_{1 \text{ valor}} & ; & c=\underbrace{0; 1; 2; \dots; 2k}_{\text{"2k" valores}} \Rightarrow 1 \times 2k \\
 a=2k-1 ; b=\underbrace{0}_{1 \text{ valor}} & ; & c=\underbrace{0; 1; 2; \dots; 2k}_{\text{"2k" valores}} \Rightarrow 1 \times 2k
 \end{array}$$

Se cumple por dato que:

$$2k[k + \underbrace{2(k-1) + 2(k-2) + \dots + 2}] = 1024$$

$$2k [k + (k-1)k] = 1024$$

$$2k [k^2] = 1024 \rightarrow k = 8$$

Luego la base par es: $2k = 16$

Hallando los números de 3 cifras diferentes en base 16:

Sea: $\overline{mnp}_{(16)}$; $m \neq n \neq p$, entonces:

m: toma 15 valores

n: toma 16 valores pero como es diferente a m sólo toma 15 valores

p: toma 16 valores pero como es diferente a m y n sólo toma 14 valores

$$\Rightarrow \text{Total de números} = 15 \times 15 \times 14 = 3150$$

Rpta.: C

Resolución 98:

Se tiene: $M = \overline{ape274}_{(11)}$

En el proceso de las divisiones sucesivas:

$$\begin{array}{r}
 M \overline{) 11} \\
 4 \quad q_1 \overline{) 11} \\
 \quad 7 \quad q_2 \overline{) 11} \\
 \quad \quad 2 \quad 151 \overline{) 11} \\
 \quad \quad \quad e \quad q_4 \overline{) 11} \\
 \quad \quad \quad \quad p \quad a
 \end{array}$$

Se observa que:

$$* 151 = 11 \times \underbrace{q_4}_{13} + \underbrace{e}_8$$

$$* \underbrace{q_4}_{13} = 11 \times \underbrace{a}_1 + \underbrace{p}_2$$

$$* q_2 = 11 \times 151 + 2 \rightarrow q_2 = 1663$$

$$* q_1 = 11 \times \underbrace{q_2}_{1663} + 7 \rightarrow q_1 = 18300$$

$$* M = 11 \times \underbrace{q_1}_{18300} + 4 \rightarrow M = 201304$$

piden:

$$(2 + 0 + 1 + 3 + 0 + 4) + 1 \times 2 \times 8 = 26$$

Rpta.: E

Resolución 99:

Se tiene:

$$N = 28 \times 13^5 - 19 \times 13^2 + 21 \times 13^3 + 40$$

dándole forma:

$$N = 28 \times 13^5 + 0 \times 13^4 + 21 \times 13^3 - 19 \times 13^2 + 0 \times 13^1 + 40$$

expresándolo en base 13:

$$N = (28) 0 (21) (-19) 0 (40)_{(13)}$$

corrigiendo el numeral:

$$N = (28) \overset{2 \times 13 + 2}{0} (21) \overset{2 \times 13}{(-19)} \overset{3 \times 13 + 1}{0} (40)_{(13)}$$

$$N = 2 \ 2 \ 2 \ 0 \overset{1 \times 13 + 6}{(19)} \ 7 \ 3 \ 1_{(13)}$$

$$N = 2 \ 2 \ 1 \ 6 \ 7 \ 3 \ 1_{(13)}$$

por dato:

$$2+2+1+6+7+3+1 = \overline{ab} \rightarrow \overline{ab} = 22$$

luego; se tiene que hallar:

$$\overline{abc} < \#s \text{ capicúas} < \overline{(2a)ba(c+6)}$$

como $\overline{abc}$ es par $\rightarrow c$ es par ; ($c \neq 0$ por dato)

$$\text{sólo: } c = 2$$

Reemplazando:

$$222 < \#s \text{ capicúas} < 4228$$

si son de 3 cifras:

$$\underbrace{23\cancel{2}; 24\cancel{2}; 25\cancel{2}; \dots; 99\cancel{9}}_{99 - 22 = 77 \#s \text{ capicúas}}$$

si son de 4 cifras:

$$\underbrace{100\cancel{1}; 111\cancel{1}; 122\cancel{1}; \dots; 422\cancel{4}}_{42 - 9 = 33 \#s \text{ capicúas}}$$

$$\text{piden: } 77 + 33 = 110$$

Rpta.: D



PROBLEMAS PROPUESTOS

- Sean los conjuntos $A = \{1; 2; 3\}$ y $B = \{2; 4\}$, hallar el producto cartesiano $A \times B$
 - $\{(1;2);(1;4);(2;4);(3;2);(3;4);\}$
 - $\{(1;2);(2;3);(2;4);(3;2);(3;4);\}$
 - $\{(1;2);(1;4);(2;2);(2;4);(3;2);(3;4);\}$
 - $\{(1;2);(1;4);(2;4);(3;2);(3;4);(4;4);\}$
 - $\{(1;2);(1;3);(2;4);(3;2);(3;4);\}$
- Si $(3a+5; 2b+7) = (a+13; b+10)$, hallar el valor de " $2a + 3b$ "
 - 16
 - 17
 - 18
 - 19
 - 20
- Hallar el dominio de la relación de " A ", siendo:
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $R = \{(x, y) \in A \times A / x + y = 6\}$
 - $\{1, 2, 3\}$
 - $\{3, 4, 5\}$
 - $\{2, 4, 5\}$
 - $\{2, 3, 4, 5\}$
 - $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- Si:
 $A = \{2, 3, 4, 5\}$
 $B = \{3, 6, 9\}$
 $R = \{(x, y) \in A \times B / x + y < 12\}$
 Halle $n(R)$
 - 10
 - 11
 - 9
 - 8
 - 7
- Dado los conjuntos $A = \{3, 7, 9, 11\} \wedge B = \{1, 5, 6, 10\}$ la relación de A en B definido por la condición de que la primera componente sea mayor que la segunda componente. Hallar la cantidad de pares ordenados.
 - 11
 - 10
 - 8
 - 9
 - 12
- Dado $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y las siguientes relaciones definidas en " A "
 $R_1 = \{(1,2);(2,3);(1,3);(3,1);(1,1);(4,4)\}$
 $R_2 = \{(1,2);(2,1);(1,1);(2,2)\}$
 $R_3 = \{(1,4);(4,1);(2,4);(4,3)\}$
 Cuáles son transitivas:
 - R_1 y R_2
 - R_1
 - R_2
 - R_3
 - R_2 y R_3
- Dado el conjunto $A = \{2, 5, 8\}$ se define la relación R de A en A tal que:
 $R = \{(b,b);(5,5);(8,8);(b,8);(c,b);(c,x);(x,c)\}$
 Es reflexiva y simétrica donde " x " es impar, determine: $b + c + x$
 - 14
 - 11
 - 12
 - 10
 - 15
- Con los conjuntos:
 $A = \{3; 4; 7; 8\}$; $B = \{2; 3; 6; 7; 9\}$
 se define:
 $R_1 = \{(a, b) \in A \times B / a + b = 2k\}$
 $R_2 = \{(a, b) \in A \times B / a < b\}$
 cuántos subconjuntos tienen $(R_1 \cap R_2)$
 - 4
 - 8
 - 16
 - 32
 - 64

9. Sea R la relación de $A = \{1; 2; 3; 4\}$ en $B = \{1; 3; 5\}$ definida por el enunciado formal "x es menor que y". Hallar la suma de las segundas componentes de cada par ordenado menos la suma de las primeras componentes de las mismas.
- A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13
10. Dada la siguiente relación:
 $R = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 / 2x + y = 10\}$
 hallar la suma de los elementos del rango (N denota al conjunto de los números naturales)
- A) 20 B) 18 C) 16
D) 14 E) 12
11. ¿Cuántos valores de a satisfacen $\overline{a(2a)a} = 11.\overline{aa}$?
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
12. Halle $x + y$, si:
 $\overline{xyy}_{(9)} = \overline{(y+1)(y+1)x}_{(7)}$
- A) 9 B) 8 C) 7
D) 6 E) 5
13. Exprese el menor número cuya suma de cifras es 20, en base 7 y dar como respuesta la suma de cifras del numeral obtenido.
- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14
14. Si $\overline{abcd}_{(8)} = 2^9 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 1$ calcule el valor de $a + b + c + d$.
- A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12
15. Si $\overline{3(2a)}_{(6)} = \overline{4a}_{(n)}$, halle el valor de $a + n$.
- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10
16. Si $\overline{abab}_{(n)} = 555$
 Calcule $a + b + n$
- A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13
17. ¿Cuántos números pares de la forma $\overline{abcde}_{(8)}$ existen?
- A) 12800 B) 13150 C) 12600
D) 14336 E) 3000
18. Si: $145_{(m)} = 1001_{(n)}$, con $m < 8$; hallar el valor de $(m + n)$.
- A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11
19. Si: $\overline{11ab}_{(n)} = 79_{(n^2)}$; hallar el valor de $(a + b + n)$.
- A) 10 B) 14 C) 17
D) 21 E) 24

20. La suma de cifras en base 10 de

$27^{48} - 1$ en base 3 es:

- A) 238 B) 276 C) 288
D) 290 E) 292

21. En el conjunto $M = \{3; 5; 7; 16\}$ se define la relación:

$$R = \{(a; 2a+1); (3m+1; m)\}$$

Calcule $a + m$

- A) 12 B) 14 C) 8
D) 21 E) 23

22. Sea:

$$A = \{3; 4; 7; 8\}$$

$$B = \{2; 3; 6; 7\}$$

Se define:

$$R_1 = \{(a; b) \in A \times B / "a + b" \text{ es par}\}$$

$$R_2 = \{(a; b) \in A \times B / a < b\}$$

Calcule $n(R_1 \cup R_2)$

- A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16

23. Sea el conjunto $S = \{2; 3; 4\}$. Si:

$$R_1 = \{(x; y) \in S^2 / y \neq x\}$$

$$R_2 = \{(x; y) \in S^2 / y = x\}$$

$$R_3 = \{(x; y) \in S^2 / y - x = 1\}$$

Hallar el valor de:

$$[n(R_2) + n(R_3)] / n(R_1)$$

- A) 2/3 B) 5/6 C) 3/4
D) 1/3 E) 2/5

24. Si: $A = \{1; 2; 5; 6\}$ y $B = \{3; 5; 7; 9\}$ hallar el dominio y rango de las relaciones:

$$R_1 = \{(x; y) \in A \times B / x \geq y\}$$

$$R_2 = \{(x; y) \in A \times B / x + y = 8\}$$

Dar como respuesta: $\{\text{Dom}(R_1) \cup$

$$\text{Dom}(R_2)\} - \{\text{Ran}(R_1) \cup \text{Ran}(R_2)\}$$

- A) $\{7\}$ B) $\{3; 5\}$ C) $\{1; 6\}$
D) $\{6\}$ E) $\{1; 3; 5\}$

25. Dado el cuadrado de doble entrada tal como sigue:

$\begin{smallmatrix} x & y \\ y & x \end{smallmatrix}$	a	b	c	d	e
a	x				
b			x		
c		x			
d				x	
e					x

Cuál de las relaciones siguientes corresponde a este cuadro

- A) $\{(a;a)(b;c)(d;d)(b;e)(e;e)\}$
B) $\{(c;b)(a;a)(b;c)(d;d)(e;e)\}$
C) $\{(e;e)(d;e)(b;c)(c;b)(a;b)\}$
D) $\{(a;b)(b;c)(c;b)(d;d)(e;e)\}$
E) Ninguna

26. Si: $S = \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Determine por comprensión a la relación R definida en $S \times S$ si:

$$R = \{(0;0)(1;1)(2;2)(3;3)(4;4)\}$$

- A) $R = \{(x; y) \in S \times S / x - y = 1\}$
B) $R = \{(x; y) \in S \times S / 2x = 1/y\}$
C) $R = \{(x; y) \in S \times S / x \neq y = 0\}$
D) $R = \{(x; y) \in S \times S / x - y = 0\}$
E) $R = \{(x; y) \in S \times S / x - 2y = 0\}$

27. Sean los conjuntos : $A = \{0; 2; 4; 6\}$
 $B = \{1; 3; 5\}$. De los siguientes conjuntos, ¿cuál es una relación de A en B

A) $\{(0; 3)(4; 4)(2; 5)\}$
 B) $\{(4; 3)(2; 1)(6; 6)\}$
 C) $\{(4; 5)(2; 3)(0; 1)\}$
 D) $\{(0; 0)(2; 2)(3; 3)\}$
 E) $\{(1; 1)(3; 3)(5; 5)\}$

28. Sea $M = \{x \in \mathbb{Z}^+ / x \leq 10\}$ y R una relación

en M^2 tal que: $R = \{(a; b) / a = b^2\}$
 Calcule la suma de los elementos del dominio de R .

A) 10 B) 12 C) 13
 D) 14 E) 16

29. Qué propiedad posee la relación:

$R = \{(1; 1)(2; 2)(2; a)(a; 2)\}$
 Definida en el conjunto:
 $B = \{1; a; 2; b\}$

A) Reflexiva
 B) Simétrica
 C) Simétrica y Transitiva
 D) Transitiva
 E) De equivalencia

30. Dado los conjuntos:

$A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ y
 $B = \{1; 4; 7; 10; 13; 16\}$.

Sea R una relación de A en B definida como: $xRy \leftrightarrow xy > x+y$
 Hallar el número de elementos de la relación R

A) 15 B) 18 C) 20
 D) 24 E) 25

31. En $A = \{x \in \mathbb{N} / 3 < x < 12\}$

y se define en A la relación:

$$R = \{(a; b) / a + b = 9\}$$

Indique qué propiedad cumple la relación " R "

A) Reflexiva
 B) Simétrica
 C) Reflexiva y Simétrica
 D) Transitiva
 E) Equivalencia

32. Dado los conjuntos:

$$A = \{5; 7; 9\} \wedge \{6; 8; 10\}$$

De las relaciones:

$$S_1 = \{(a; b) \in A \times B / a - b = 1\}$$

$$S_2 = \{(a; b) \in B \times A / a - b = 1\}$$

$$S_3 = \{(a; b) \in A \times B / a + b \geq 15\}$$

Indique el valor de verdad de:

$$* S_1 = S_2$$

$$* n(S_1) = 2$$

$$* \text{Dom}(S_2) = \text{Rang}(S_3)$$

A) VVV B) VFV C) FVF
 D) FFV E) FVV

33. Considere:

$$A = \{a, b, c, d\} \text{ y}$$

$$R = \{(a, c); (b, a); (b, b); (c, c); (a, a); (c, a); (a, b); (d, d)\}$$

A) R es simétrica y transitiva
 B) R es reflexiva y transitiva
 C) R es reflexiva y simétrica
 D) R es de equivalencia
 E) R es transitiva

34. En el conjunto $A = \{a, b, c, d, e\}$ se definen las relaciones:

$$R = \{(a, b), (b, c), (d, e), (e, d), (a, c), (d, d), (e, e), (c, c)\}$$

$$S = \{(a, d), (d, e), (e, a), (e, e)\} \text{ y}$$

$$T = \{(b, a), (a, b)\}$$

¿Cuáles son transitivas?

- A) R y S B) R , S y T
C) Solo R
D) Solo T E) S y T

35. Dado los conjuntos:

$$F = \{0; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$$

$$G = \{0; 6; 12; 18; 24; 30\}$$

Determinar por extensión la siguiente relación:

$$R = \{(x; y) \in F \times G / y = 3x\}$$

Dé como respuesta su cardinal

- A) 4 B) 3 C) 2
D) 5 E) 6

36. Si: $A = \{5; 6; 7; 8\}$

$$B = \{17; 18; 19; 20; 21; 22\}$$

Además en $A \times B$ se define la relación:

$$R = \left\{ (x; y) / x = \frac{y-1}{3} \right\}$$

Halle el cardinal del rango de R .

- A) 1 B) 3 C) 5
D) 2 E) 4

37. Sea: $\{(x; y) \in N \times N / xy \text{ es par}\}$

¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas? (N: conjunto de los naturales)

- I. S es reflexiva
II. S es simétrica
III. S es transitiva

- A) Todas B) Solo II
C) Solo III
D) II y III E) I y III

38. Cuál es la regla de correspondencia que ha originado la relación ilustrada en el cuadro siguiente:

$\begin{smallmatrix} y \\ x \end{smallmatrix}$	1	2	3	4	5
1	x	x	x	x	x
2		x	x	x	x
3			x	x	x
4				x	x
5					x

- A) $x = y$ B) $y = 2x$ C) $y \leq x$
D) $y > x$ E) $x \leq y$

39. Dado $A = \{2, 4, 6, 8\}$

Si: R_1 es reflexiva

$$R_1 = \{(4;2), (2;2), (4;4), (a;6), (8;b)\}$$

R_2 es simétrica

$$R_2 = \{(2;2), (c;8), (8;6), (4;4)\}$$

R_3 es transitiva

$$R_3 = \{(4;6), (6;d), (4;2)\}$$

Hallar: $a + b + c + d$

- A) 20 B) 16 C) 22
D) 12 E) 5

40. Indicar el valor de la verdad de:

I. La relación de inclusión de conjuntos es antisimétrica.

II. La relación de igualdad de conjuntos es reflexiva, simétrica y transitiva.

III. En el conjunto de todas las rectas de un plano, la relación "... es perpendicular a ..." es una relación reflexiva

- A) FVV B) FVF C) VVV
-
- D) VVF E) VFV

41. Si:
- $\overline{aabc}_{(7)} = \overline{babb}_{(5)}$

Hallar el valor de $(a + b + c)$

- A) 8 B) 9 C) 12
-
- D) 10 E) 7

42. Si:
- $\overline{5a1}_{(n)} = \overline{40b}_{(7)}$

Hallar el valor de $(a + b)$

- A) 4 B) 5 C) 6
-
- D) 7 E) 8

43. Si:
- $\overline{a58}_{(m)} = \overline{bb54}_{(n)}$
- y

$$\overline{a62}_{(m)} = \overline{bb57}_{(n)}$$

Calcular: $(a + b)$

- A) 9 B) 12 C) 8
-
- D) 10 E) 11

44. ¿Cuántos números de la forma:

$$a(a+2)\left(\frac{b}{2}\right)(8-b)c_{(12)} \text{ existen?}$$

- A) 548 B) 546 C) 552
-
- D) 540 E) 972

45. El mayor número de
- k
- cifras de la base
- n^a
- es igual al mayor número de
- ak
- cifras en la base:

- A)
- n/a
- B)
- n
- C)
- na
-
- D)
- $n^{1/a}$
- E)
- $n-a$

46. Si se cumple que:

$$\begin{array}{r} 11 \\ 14 \\ 17 \\ \vdots \\ \hline 1(3n-2)_{(3n+2)} \end{array} = 426$$

Calcule "n"

- A) 12 B) 13 C) 15
-
- D) 16 E) 17

47. Si
- $M = \underbrace{3535 \dots 35}_{40 \text{ cifras}}_{(8)}$
- se expresa en

el sistema cuaternario, calcular la suma de sus cifras.

- A) 100 B) 120 C) 90
-
- D) 140 E) 125

48. Se desea envasar 1845 gramos de café instantáneo utilizando frascos con capacidad de 1g, 6g, 36g, 216g, ... Si no se dispone de más de 5 frascos de cada tipo, hallar el número de frascos a utilizar

- A) 17 B) 8 C) 15
-
- D) 6 E) 10

49. Si $\overline{ab(a+2)c}_{(9)} = \overline{a0210aa}_{(3)}$, hallar el valor de $(a + b + c)$.

A) 7 B) 6 C) 5
D) 4 E) 8

50. Si:

$$\begin{array}{c} \overline{abm} \\ \quad \swarrow \quad \searrow \\ \quad \overline{an} \quad \overline{an} \quad \dots \quad \overline{an}_{(3)} \\ \text{m veces} \end{array} = \overline{14(m+3)}$$

Hallar el valor de $(a + b + m)$.

A) 7 B) 5 C) 12
D) 15 E) 9

51. Un numeral escrito en el sistema quinario es de la forma $\overline{abc4}$ y expresado en base 9 todas sus cifras son iguales, si en ésta última base su cifra de segundo lugar es de orden 2. Calcular: $a + b + c$

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 6

52. Si:

$$a \left(\frac{b}{3} \right) \left(\frac{b}{2} \right) = \left(\frac{b}{3} \right) \text{cdd}_{(4)}$$

Hallar el valor de $a + b + c + d$

A) 12 B) 14 C) 16
D) 18 E) 20

53. Un número capicúa de 3 cifras del sistema quinario, se escribe en la base "α" como $x3x$. Hallar "x" si α es la cifra decimal central del número capicúa.

A) 3 B) 4 C) 2
D) 1 E) 5

54. Si:

$$\frac{\overline{1(x-1)}}{\overline{1(x-2)}} = \overline{aaa}_{11_x}$$

Hallar $a + x$

A) 36 B) 42 C) 60
D) 72 E) 82

55. $S = \overline{a5_b} + \overline{32_a} + \overline{b2_c} + \overline{(a+3)c_8}$ en base 10 es:

A) 126 B) 130
C) 138
D) 150 E) Mayor que 150

56. El número 27^{81} se escribe en el sistema nonario. ¿Cuántas cifras no significativas tiene?

A) 120 B) 121 C) 122
D) 123 E) 124

57. Si $\overline{(a-6)2(a+1)}_{(9)} = \overline{mnp}_{(7)}$. ¿En cuántos sistemas de numeración $\overline{pnm}$ se expresa con tres cifras?

A) 3 B) 4 C) 5
D) 7 E) 9

58. Si el numeral $31213_{(n)}$ se convierte al sistema de base n^2 , entonces la suma de cifras se duplica. Hallar n .

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

59. Como se representa 234_x en base $(x-1)$? Dar como respuesta la suma de las nuevas cifras ($x > 10$).

A) 10 B) 14 C) 16
D) 18 E) 20

60. Si:

$$\overline{a6b}_n = \overline{a0c}_8 \text{ y } \overline{a(b-c)(2a)}_{11} = \overline{xyz}$$

entonces $(x + y + z)$ es:

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

61. Dado los conjuntos:

$$A = \{x/x^2 - 1 < 7 \wedge x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{y^2/y^2 + 1 \leq 10 \wedge y \in \mathbb{Z}\}$$

$$C = \{2z \in \mathbb{Z}/2 < z \leq 6\}$$

Sea "R" la suma de los elementos del rango de $A \times B$ y "D" la suma de los elementos del dominio de $A \times C$.

Calcular: $R + D + n(C)$

A) 24 B) 25 C) 28
D) 42 E) 88

62. Calcular la suma de los elementos del Rango de la siguiente relación en A.

$$R = \{(x,y) / x \neq y \rightarrow x^y > 17\}$$

Si además: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

A) 20 B) 15 C) 18
D) 80 E) 14

63. En $A = \{1, 2, 4, 6, 8\}$

se define la relación:

$$R = \{(x,y) / 3 \text{ es divisor de } x + y\}$$

Se afirma que:

A) R es reflexiva
B) $n(R) = 9$
C) R es no simétrica
D) R es transitiva
E) R es de equivalencia

64. Dado los conjuntos:

$$A = \{1, 3, 5, 8\} \text{ y}$$

$$B = \{2, 6, 9\} \text{ se define } R \text{ de } A \text{ en } B \text{ por:}$$

$$(x,y) \in R \leftrightarrow x > y. \text{ Si } M \text{ es el dominio de } R; N \text{ su rango, y si:}$$

$$(u,w) \in (A - M) \times (B - N).$$

Hallar: " $u + w$ "

A) 9 B) 11 C) 12
D) 14 E) 10

65. Sea $A = \{2, 4, 6\}$ y sean R_1, R_2 y R_3 relaciones en A, reflexiva, simétrica y transitiva respectivamente, si:

$$R_1 = \{(2,2), (4,6), (a,4), (6,b)\}$$

$$R_2 = \{(2,6), (c,2)\}$$

$$R_3 = \{(6,e), (4,6)\}$$

Hallar: $b - a + c - d + e$

A) 2 B) 6 C) 4
D) 8 E) 12

66. Una relación R en A se llama antisimétrica, si cumple que:

$$(a,b) \in R \wedge (b,a) \in R \rightarrow a=b$$

Decir cuál es una relación antisimétrica.

$$R_1 = \{(x,y) / x < y\};$$

$$R_2 = \{(x,y) / x \leq y\}$$

- A) Sólo R_1 B) Sólo R_2
C) Ambas
D) Ninguna E) No se sabe

67. En Z se definen las siguientes relaciones:

$$R_1 = \{(x,y) / 3x + y = 7\}$$

$$R_2 = \{(x,y) / x - 2y = 6\} \text{ y}$$

$$R: (x,y) \in R \Leftrightarrow \exists a \in Z / (x,a) \in R_1 \wedge$$

$$(a,y) \in R_2$$

Indicar por comprensión la relación R

- A) $R = \{(x,y) / 2x + 3y = 1\}$
B) $R = \{(x,y) / 2x - 3y = 1\}$
C) $R = \{(x,y) / 3x + 2y = 1\}$
D) $R = \{(x,y) / 3x + 2y = -1\}$
E) $R = \{(x,y) / 2y - 3x = 1\}$

68. Si la relación R en $A = \{1, 2, 3, 4\}$:

$$R = \{(2, 2), (4, 4), (1, 1), (2, 1), (3, z), (z, y), (x, z), (x, y), (2, 3), (3, 1)\}$$

es de equivalencia. Hallar $xy + z^2$

- A) 10 B) 12 C) 13
D) 11 E) 18

69. En el conjunto $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ se define una relación R por:

$$(x,y) \in R \Leftrightarrow x^2 - 2 \leq y$$

Si m es la suma de los elementos del dominio de R y n es la suma de los elementos del rango de R , hallar $m+n$.

- A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

70. Indicar el valor de verdad de:

I. La relación de inclusión de conjuntos es antisimétrica.

II. La relación de igualdad de conjuntos es reflexiva, simétrica y transitiva pero no antisimétrica

III. La relación:

$$R = \{(x,y) \in Z \times Z / x+y=2k, k \in Z\}$$

es una relación de equivalencia.

- A) FVV B) FVF C) VVV
D) VVF E) VFF

71. Si: $A = \{n / n \in Z^+ \wedge n^2 - 36 \leq 0\}$

$$R \subset A \times A$$

$$R = \{(a,b) / a + b \leq 11\}$$

¿Cuál de las siguientes proposiciones son verdaderas?

- I. Res reflexiva
II. Res transitiva
III. Res simétrica

- A) Sólo I B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo III E) Sólo I y III

72. Sea R una relación definida en $\mathbb{Z}^+$ de la siguiente manera:

$$aRb \leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} / a^2 + b^2 = k^2$$

Hallar el número de proposiciones verdaderas:

- I. R es reflexiva
- II. R es simétrica
- III. R es transitiva
- IV. R es de equivalencia

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

73. Si R es una relación definida en A , se afirma:

- I. R es reflexiva $\rightarrow \text{Dom}(R) = \text{Dom}(R^{-1})$
 - II. R es simétrica y transitiva
 $\rightarrow R$ es reflexiva
 - III. Si $A = \{a, b, c\}$ y $R = \{(a, a), (b, b), (a, c), (b, c), (c, c)\}$ entonces R es una relación de equivalencia.
- Hallar el valor de verdad de cada afirmación.

- A) VFV B) VVF C) FVV
D) FVF E) VFF

74. En $A = \{x^2 / x \in \mathbb{Z}^+; x < 10\}$

Se definen las relaciones:

$$R_1 = \{(x, y) / x \leq y\}$$

$$R_2 = \{(x, y) / x = y\}$$

$$R_3 = \{(x, y) / x < 100\}$$

$$R_4 = \{(x, y) / x + y = 2\}$$

$$R_5 = \{(x, y) / x + y = 3 \vee 2x + y = 5\}$$

Determine cuántas son relaciones de equivalencia.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

75. Dado:

$$M = \left\{ \frac{3x+2}{5} \in \mathbb{Z} / 2 < x < 7 \right\}$$

se define: $R = \{(a, b) \in A^2 / a + b > 5\}$

luego R es:

- I. Reflexiva
- II. Simétrica
- III. Transitiva

- A) Sólo I B) Sólo II
C) Sólo III
D) Todas E) Ninguna

76. $A = \{1; 3; 5\}$

$$B = \{2; 4; 6\}$$

Se define las relaciones:

$$R_1 = \{(a, b) \in A \times B / a + b = 7\}$$

$$R_2 = \{(a, b) \in A \times B / b = 6\}$$

Halle la suma de elementos de:

$$\text{Dom}(R_1 - R_2) \cup \text{Ran}(R_1 - R_2)$$

- A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16

77. Dado:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{Z} / 0,75 \leq \frac{2x+3}{4} \leq 3,25 \right\}$$

y la relación:

$R = \{(a, b) \in A^2 / (11a + 77b) \text{ es divisible por } 3\}$. Hallar $n(R)$

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 9

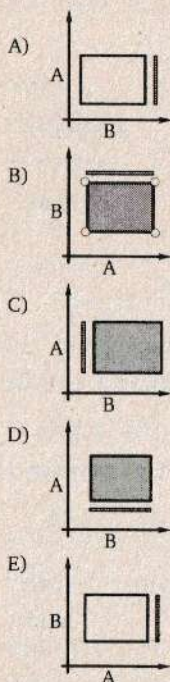
78. Se cumple que: $\overline{xyz}_n = \overline{abn}_9$; $a > 5$

Además:

$$A = \{m/m \in \mathbb{R} \wedge m \in [a, n] \cup \{b\}\}$$

$$B = \{m/m \in \mathbb{R} \wedge m \in [y, x]\}$$

¿Cuál podría ser la representación gráfica de $B \times A$?



79. En el conjunto:

$$Q = \{6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14\}$$

Se establece la relación dada por el criterio: "Dar el mismo residuo al dividir entre 3". Halle el cardinal del conjunto cociente.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

80. Dado $A = \{1; 2; 3; 4\}$ y la relación:

$$R = \{(1;1); (2;1); (1;2); (2;2); (3;3); (4;4)\}$$

se tiene:

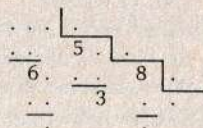
$$\frac{A}{R} = \{\{m \times n; m - n\}, \{2a + b; 3b\}, \{3m - p\}\}$$

donde $m; n; a; b; p \in \mathbb{Z}^+$,

halle $(m + n) \times b - (a + p) \times n$

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

81. Para escribir $\overline{abc}$ en la base siete se utilizó el siguiente esquema:



donde en cada punto corresponde una cifra diferente de cero, siendo $c = a + b$. Hallar $\overline{abc}$ en la base seis.

- A) 1515_6 B) 1521_6 C) 1528_6
D) 1530_6 E) 1531_6

82. Si 14641_{2004} lo expresamos en el sistema de numeración de base 2005. La suma de sus cifras es:

- A) 5 B) 55 C) 555
D) 25 E) 1

83. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

I. El número $9(-3)5(-2)_{(7)}$ se escribe correctamente como $11445_{(7)}$

II. $2 \times 8^9 + 10 \times 8^7 - 9 \times 8^6 + 6 \times 8^4 + 13 \times 8^2 + 26 = 210706202_{(8)}$

III. En el sistema hexadecimal se tienen 16 dígitos para representar los números.

A) I B) II C) I y II
D) I y III E) Todas

84. El número $\overline{abc}_{(n^3)}$ se convierte a la base $n(n > 3)$ y se obtiene un número formado por 9 cifras máximas, entonces, $a + b + c$ en base n es:

A) $\overline{300(n-3)}_n$
B) $\overline{3003}_n$
C) $\overline{3(n-1)(n-1)(n-3)}_n$
D) $\overline{(n-1)(n-1)3}_n$
E) $\overline{2(n-1)(n-1)(n-3)}_n$

85. Convertir a base 6 el número $N = 10!$ e indicar la suma de sus cifras.

$$10! = 2^6 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$$

A) 7 B) 8 C) 11
D) 15 E) 17

86. ¿Cuál es el mayor número capicúa del sistema duodecimal que se escribe con 5 cifras en el sistema quinario?

A) 1881_{12} B) 1991_{12} C) 2222_{12}
D) 2332_{12} E) 2442_{12}

87. Un número en base 10 al ser convertido en base 8, se obtiene un número de cuatro cifras, donde al realizar la conversión correspondiente se obtiene los dos últimos residuos que son 2 y 4 respectivamente, luego el mayor número en base 10 es:

A) 3623 B) 3751 C) 3863
D) 3840 E) 4636

88. Pasar el número $\overline{k(k+2)(k-1)}_{(k-4)}$ al sistema de base $(k+1)$, donde $k \geq 7$. Dar como respuesta la suma de las cifras del número obtenido.

A) 8 B) $k+5$ C) $k+6$
D) $k+7$ E) $k+8$

89. Si: $\overline{ab(n+5)ca}_9 = \overline{m(53)d}_{69}$ el mayor valor de $a+b+c+d+m+n$ es:

A) 60 B) 94 C) 100
D) 190 E) 200

90. Si $N = \overline{(a-3)(a+2)(a-3)(a+2)}_{(9)}$ en base 9 tiene 17 cifras, al convertirlo a base 20, se observa que las cifras de las unidades es un número par. Luego la suma de las cifras del número en base 3 es:

A) 40 B) 42 C) 44
D) 46 E) 48

91. ¿Cuántos enteros positivos de 3 cifras de la base n siendo ($n > 6$) se escriben también con 3 cifras en las 2 bases consecutivas a ésta? (expresar la respuesta en base n)

A) $\overline{(n-4)50}_{(n)}$ B) $\overline{1(n-1)01}_{(n)}$
 C) $1200_{(n)}$
 D) $\overline{(n-4)0(n-2)}_{(n)}$ E) $3125_{(n)}$

92. Se debe pesar 631 gramos de arroz utilizando una balanza de 2 platillos y solamente pesas de 1 gramo, 8 gramos, 64 gramos, 512 gramos, etc. Se dispone solo de 4 pesas de cada tipo. ¿Cuál es el mínimo número de pesas a utilizar?

A) 3 B) 4 C) 5
 D) 6 E) 7

93. Considerando:

$$N = (2a - 3)a(3b + 2)b\left(\frac{2c + 3}{5}\right)(8c)_{(88)}$$

Sea P la cantidad de números N considerando $c \in \mathbb{Z}$ y Q la cantidad de números N considerando $c \in \mathbb{Q}$. Calcular $P + Q$.

A) 7352 B) 7354 C) 7356
 D) 7656 E) 8592

94. Si: $\overline{abcd}_{(\overline{abc}_{(ab_c)})} = \overline{a5cbd6}_b$ y

$\overline{ab}_c = \overline{bb}_a = \overline{ba}_{(a+c)}$, entonces el valor de d es:

A) 2 B) 3 C) 4
 D) 5 E) 7

95. Si se convierte el mayor número de 10 cifras diferentes y significativas de la base n^3 a la base n^2 , se observa que la suma de las 3 cifras de mayor orden de la base n^2 es 671. Calcule " n ".

A) 25 B) 12 C) 15
 D) 16 E) 20

96. Calcular el menor valor de " $a + c$ ", sabiendo que el numeral $\overline{a00c}_{(a+1)}$; al ser expresado en el sistema base " $a + 2$ " se representa como un numeral de 4 cifras, además: $c - a \geq 0$

A) 3 B) 4 C) 5
 D) 6 E) 7

97. ¿Cuántos números de la forma:

$$(a - c)\left(\frac{c}{b}\right)(c + 9)b_{12} \text{ existen en base}$$

12 ? a, b, c cifras

A) 154 B) 155 C) 156
 D) 157 E) 158

98. Si: $\overline{abc}_{(n+1)} = 267_{(n)}$, calcule el máximo número par de la base $a \times b$, tal que la cantidad de cifras de dicho numeral es igual al total de números de 3 cifras que hay en base " c ". Dar como respuesta la suma de cifras del número al expresarlo en base 8.

A) 53 B) 73 C) 54
 D) 84 E) 83

99. Si:

$$(2a-1)00(2a)_{(b)} = \overline{ab} \overline{ab} \overline{ab} \dots \overline{ab}_{(a+b)}$$

b veces

donde: $b < 8$. Calcular $a \times b$

- A) 12 B) 8 C) 6
D) 10 E) 14

100. Si existen 68 números del sistema decimal que al expresar en el sistema de la base "n" y en la base "n+2" tienen o bien 4 cifras o bien 3 cifras, respectivamente, calcule el valor de "n".

- A) 3 B) 5 C) 4
D) 6 E) 8



CLAVES

1	C
2	B
3	E
4	C
5	B
6	C
7	E
8	C
9	E
10	A
11	D
12	C
13	B
14	D
15	B
16	C
17	D
18	D
19	A
20	C
21	C
22	B
23	B
24	C
25	B

26	D
27	C
28	D
29	C
30	C
31	B
32	E
33	C
34	C
35	D
36	D
37	B
38	E
39	C
40	D
41	B
42	C
43	C
44	D
45	B
46	D
47	A
48	E
49	B
50	A

51	B
52	D
53	C
54	B
55	D
56	B
57	E
58	C
59	D
60	A
61	B
62	B
63	B
64	E
65	E
66	C
67	C
68	D
69	D
70	C
71	D
72	B
73	E
74	B
75	B

76	D
77	C
78	D
79	E
80	A
81	E
82	E
83	D
84	E
85	D
86	A
87	C
88	D
89	B
90	B
91	D
92	C
93	D
94	C
95	C
96	D
97	A
98	E
99	D
100	C

**EXÁMENES DE
ADMISIÓN
UNM - UNMSM**

UNI - 2005 - I

PROBLEMA 01: Se prestó un capital durante 6 meses, el interés resultó 20% del monto. ¿Qué porcentaje del monto se producirá en 2 años?

- A) 80% B) 60% C) 50%
D) 40% E) 20%

Resolución:

Por definición:

$$M = C + I \quad \dots(1)$$

- Para 6 meses, si asumimos que el monto $M_1 = 5x$, su interés del 20% que generó:

$$I_1 = \frac{20}{100}(5x) = x$$

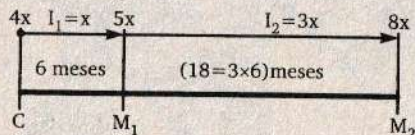
Reemplazando en (1):

$$M_1 = C + I_1$$

$$5x = C + x$$

$$\Rightarrow C = 4x$$

- Para 2 años, considerando los datos anteriores se construye el gráfico:



El interés que se ha producido en 2 años será:

$$I_1 + I_2 = x + 3x$$

$$= 4x \quad \dots(2)$$

El interés que se produjo, en porcentaje con respecto al monto, durante los dos años será:

$$\%I(M) = \frac{4x}{8x} 100\%$$

$$= 50\%$$

Rpta.: C

PROBLEMA 02: Un padre deja una herencia a sus 3 hijos. La reparte en partes inversamente proporcional a los números 6, 4 y 3 empezando por el hijo mayor respectivamente. si el valor de la herencia asciende a 36 000 dólares. ¿cuánto le corresponde al hijo menor?

A) \$ 4 000

B) \$ 8 000

C) \$ 9 000

D) \$ 12 000

E) \$ 16 000

Resolución:

Sea a, b y c las partes que se les corresponde a cada hijo:

$$\Rightarrow a + b + c = \$3\,600 \quad \dots(1)$$

Donde :

Parte del hijo mayor : a

Partedelhijointermedio:b

Partedelhijomenor:c

Estas cantidades son repartidad inversamente proporcionales a 6, 4 y 3, entonces:

$$6a = 4b = 3c$$

Dividiendo entre el m.c.m (6 ; 4 ; 3) = 12

$$\frac{6a}{12} = \frac{4b}{12} = \frac{3c}{12}$$

Se obtiene cantidades directamente proporcionales:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{a+b+c}{9}$$

De (1):

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{\$36\,000}{9}$$

Para obtener lo que le toca al hijo menor:

$$\frac{c}{4} = \frac{\$36\,000}{9} \Rightarrow c = \$16\,000$$

Rpta.: E

PROBLEMA 03: Si el número $\overline{8abc}$ se divide entre 37, se obtiene 4 de residuo. Entonces el residuo que se obtiene al dividir $\overline{abc6}$ entre 37 es:

- A) 0 B) 3 C) 13
D) 23 E) 33

Resolución:

Del enunciado se deduce que:

$$\overline{8abc} = \overline{37} + 4$$

$$8 \times 10^3 + \overline{abc} = \overline{37} + 4$$

$$(\overline{37} + 8) + \overline{abc} = \overline{37} + 4$$

$$\overline{abc} = \overline{37} - 4$$

$$\overline{abc} \times 10 = (\overline{37} - 4)10$$

$$\overline{abc} \times 10 = \overline{37} - 40$$

$$\overline{abc} \times 10 = \overline{37} - 3$$

$$\overline{abc} \times 10 + 6 = \overline{37} - 3 + 6$$

$$\overline{abc6} = \overline{37} + 3$$

Rpta.: B

PROBLEMA 04: Luis confecciona 5 docenas de pantalones cada semana y Eva 2 docenas de camisas por día. Cuando Luis termina 3 docenas de pantalones, ¿cuántas camisas confecciona Eva?

- A) 70 B) 84 C) 90
D) 100 E) 101

Resolución:

Del enunciado tenemos:

Producción inicial de Luis:

$$\begin{aligned} P_{1L} &= 5 \times (12) \frac{\text{pantalones}}{\text{semana}} \times \frac{1 \text{ semana}}{7 \text{ días}} \\ &= \frac{60 \text{ pantalones}}{7 \text{ días}} \quad \dots(1) \end{aligned}$$

Producción inicial de Eva:

$$\begin{aligned} P_{1E} &= 2 \text{ decenas de camisas / día} \\ &= 20 \text{ camisas / día} \end{aligned} \quad \dots(2)$$

Luego, si Luis produce $P_{2L} = 36$ pantalones, evan produce P_{2E} , es decir:

$$\begin{aligned} P_{1L} &\longrightarrow P_{1E} \\ P_{2E} &\longrightarrow P_{2E} \\ \Rightarrow P_{2E} &= \frac{P_{2L} \times P_{1E}}{P_{1L}} \end{aligned}$$

De(1)y(2):

$$\begin{aligned} &= \frac{(36 \text{ pantalones}) \times \left(20 \frac{\text{camisas}}{\text{día}}\right)}{\frac{60 \text{ pantalones}}{7 \text{ día}}} \\ &= 84 \text{ camisas} \end{aligned}$$

Rpta.: B

PROBLEMA 05: Un número de la forma $\overline{ab}$ representa la edad de una persona que aún no alcanza la mayor de edad.

Si en una base $n(n < b)$ dicho número es capicúa, halle la suma de todos los números $\overline{ab}$ que cumplen lo anterior.

- | | | |
|-------|-------|-------|
| A) 15 | B) 16 | C) 31 |
| D) 32 | | E) 48 |

Resolución:

La mayoría de edad se considera cuando la persona tiene 18 años, es decir:

$$\overline{ab} < 18 \Rightarrow a - 1 \quad \dots(1)$$

$$0 \leq b < 8 \quad \dots(2)$$

Sin representa la base de un sistema de numeración; entonces:

$$n \geq 2 \quad \dots(3)$$

Además, por condición del enunciado:

$$b > n \quad \dots(4)$$

De (2), (3) y (4) se deduce:

$$2 \leq n < b < 8$$

$$\Rightarrow b = 3; 4; 5; 6; 7 \quad \dots(5)$$

Luego considerando (1) y (5), $\overline{ab}$ puede asumir los valores:

13; 14; 15; 16 y 17 los que en base $n < b$ forman un número capicúa.

Número:

13: ninguno

14: ninguno

15: $1111_{(2)}; 33_{(4)}$

16: $121_{(3)}$

17: $10001_{(2)}; 101_{(4)}$

La suma de los números que forman números capicúas en base n son:

$$S = 15 + 16 + 17$$

$$= 48$$

Rpta.: E

PROBLEMA 06: Determine la verdad o falsedad de los siguientes enunciados:

1. Si $a \in \mathbb{Q}$, entonces $a^2 \in \mathbb{Q}$
2. Si $a \in \mathbb{R} / a^2 \in \mathbb{Q}$, entonces $a \in \mathbb{Q}$
3. Si $|a + b| = |a| + |b|$; entonces $a, b \geq 0$

A) VVV

B) VVF

C) VFV

D) VFF

E) FFF

Resolución:

La mayoría de edad se considera cuando la persona tiene 18 años, es decir:

Analizando los enunciados:

1. – Si $a \in \mathbb{Q}$, entonces $a^2 \in \mathbb{Q}$...(verdadero)

Por la propiedad de clausura de los números racionales en la multiplicación:

$$\text{Si } a \in \mathbb{Q} \Rightarrow a \times a \in \mathbb{Q}$$

2. – Si $a \in \mathbb{R} / a^2 \in \mathbb{Q}$; entonces $a \in \mathbb{Q}$...(Falso)

Ejemplo; $\text{si } \frac{3}{4} \in \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \in \mathbb{Q}$

3. - Si $|a + b| = |a| + |b|$; entonces $a, b \geq 0$... (Falso)

Ejemplo:

Si $a = -5$ y $b = -4$

$$|(-5) + (-4)| = |-5| + |-4|$$

$$09 = 5 + 4$$

(También cumple si $a, b \leq 0$)

Rpta.: D

PROBLEMA 07:

Un granjero vendió patos a 12 nuevos soles cada uno y con el importe de la venta solo pudo comprar pavos a 14 nuevos soles, quedándole 26 nuevos soles. ¿Qué cantidad de pavos compró y pa, si se sabe que el número total de patos vendidos y pavos comprados es 182?

A) 63

B) 79

C) 82

D) 83

E) 99

Resolución:

Asumiendo que:

cantidad de patos: x

cantidad de pavos: y

Dato:

$$x + y = 182$$

$$\Rightarrow x = 182 - y \quad \dots(1)$$

Si cada pato se vende a 12 soles, el total de la venta será:

$$T = 12x ; (\text{nuevos soles}) \quad \dots(2)$$

Con el importe total "T" de la venta se pueden comprar "y" pavos a 14 nuevos soles, sobrando inclusive 26 nuevos soles, es decir:

$$T = 14y + 26$$

De (2):

$$12x = 14y + 26$$

$$6x = 7y + 13$$

De (1):

$$6(182 - y) = 7y + 13$$

$$\Rightarrow y = 83$$

Rpta.: D

PROBLEMA 08: Si p, q, r, s son números primos, diferentes entre sí, tales que: $20 < p+q < 30$, $20 < r+s < 30$, $p^2 + q^2 = r^2 + s^2$ entonces, la suma $p+q+r+s$ es igual a:

A) 50

B) 54

C) 58

D) 62

E) 66

Resolución:Si: p, q, r, s son números primos de diferentes entre sí.

Además:

$$20 < p + q < 30 \quad \dots(1)$$

$$20 < r + s < 30 \quad \dots(2)$$

$$p^2 + q^2 = r^2 + s^2 \quad \dots(3)$$

Por teoría se sabe que:

$$\text{Si } a \text{ es par} \quad \Rightarrow a^2 \text{ es par}$$

$$\text{Si } b \text{ es impar} \quad \Rightarrow b^2 \text{ es impar}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 \text{ es impar} \quad \dots(\alpha)$$

Si a y b son impares

$$\Rightarrow a + b \text{ es par} \quad \dots(\beta)$$

De la expresión (1) y (2) y considerando que estos son números primos, $p,$ q, r y s pueden asumir los valores:

$$2; 3; 5; 7; 11; 13; 19; 23 \quad \dots(4)$$

Analizando la expresión (3):

$$\underbrace{p^2 + q^2}_I = \underbrace{r^2 + s^2}_{II}$$

Si p o q asume el valor de 2, entonces I es impar (α); luego II también sera

impar. Los números que pueden asumir r y s son impares (4), entonces por (β), 11 es par, lo cual es incoherente. Por lo anteriormente mencionado, descartamos el 2 como posible valor que puedan mencionar, descartamos el 2 como posible valor que puedan asumir: p , q , r o s . considerando (1) y (2) y (4):

Luego los valores que pueden asumir:

$$p = 7; q = 19; r = 11; s = 17$$

$$\Rightarrow p + q + r + s = 7 + 19 + 11 + 17 \\ = 54$$

$20 < p + q < 30$	$20 < r + s < 30$	$p^2 + q^2 = r^2 + s^2$
3 19		370
3 23		538
5 17		314
5 19		386
5 23		554
7 17		338
7 19		410
11 13		290
11 17		410

Rpta.: B

PROBLEMA 09: La tabla siguiente presenta la distribución de los trabajadores de una empresa según el tiempo de servicio en años.

El tiempo de servicios para el 25% de los trabajadores es:

- A) 5,55 años
- B) 6,35 años
- C) 7,10 años
- D) 14,82 años
- E) 15,30 años

tiempo de servicios(años)	Número de trabajadores
[2 - 5)	12
[5 - 8)	15
[8 - 10)	18
[10 - 15)	12
[15 - 20)	10
[20 - 25)	8

Resolución:

tiempo de servicios(años)	Número de trabajadores
[2 - 5)	12
[5 - 8)	15
[8 - 10)	18
[10 - 15)	12
[15 - 20)	10
[20 - 25)	8

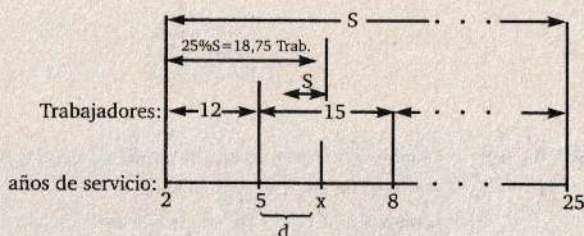
De la tabla , la suma del total de trabajadores:

$$S = 12 + 15 + 18 + 12 + 10 + 8 = 75 \text{ (trab.)}$$

Cálculo del 25% de trabajadores:

$$25\%S = \frac{25}{100} \times 75 = 18,75 \text{ (trab.)}$$

Considerando que este porcentaje de trabajadores corresponde a los que tienen menor tiempo de servicio, éste abarcará hasta parte del intervalo de "tiempo de servicio" [5 ; 8)



Aplicando proposiciones a "tiempo de servicio" y "trabajadores"

$$\frac{s}{25\%S} = \frac{d}{8-5}$$

$$\frac{18,75 - 12}{18,75} = \frac{x - 5}{8 - 5}$$

$$\Rightarrow x = 6,35 \quad (\text{años de servicio})$$

Rpta.: B

UNI - 2005 - II

PROBLEMA 10: Dadas las siguientes proposiciones verdaderas?

I. Si:

 $a, b \in \mathbb{R} / a > 0 \wedge |b| < 1 \Rightarrow (ab + a + 1)$ es siempre mayor que 1.II. Si $a, b \in \mathbb{R}^+$ el máximo valor que toma $\frac{5ab}{a^2 + b^2 + 3ab}$ es 1.III. Si $3 + a^2 - a^4 < M, \forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow$ el menor valor entero de M es.

A) FFF

B) VFF

C) FVF

D) VVF

E) VVV

Resolución:I. "Si: $a, b \in \mathbb{R} / a > 0 \wedge |b| < 1 \Rightarrow (ab + a + 1)$ es siempre mayor que 1".

VERDADERO

Análisis:

De la condición:

$$|b| > 1 \Rightarrow -1 < b < 1$$

$$0 < b + 1 < 2$$

$$\Rightarrow b + 1 > 0$$

$$a(b + 1) > 0(a); a > 0$$

$$ba + a > 0$$

$$\Rightarrow ba + a + 1 > 1$$

II. "Si: $a, b \in \mathbb{R}^+$ el máximo valor que toma $\frac{5ab}{a^2 + b^2 + 3ab}$ es 1".

VERDADERO

Análisis:Por la condición: $ab \geq 0$

Por propiedad:

$$0 \leq (a - b)^2$$

$$0 \leq a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$

$$5ab \leq a^2 + b^2 + 3ab$$

$$\frac{5ab}{a^2 + b^2 + 3ab} \leq 1$$

El máximo valor que puede tomar la expresión es 1 .

III. "Si : $3 + a^2 - a^4 < M$, $\forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow$ el menor valor entero de M es 3". FALSO

Análisis:

$$3 + a^2 - a^4 < M$$

$$a^4 - a^2 - 3 > -M$$

$$\left(a^2\right)^2 - 2a^2 + \frac{1}{4} - \frac{13}{4} > -M$$

$$\left(a^2 - \frac{1}{2}\right)^2 > \frac{13}{4} - M$$

Por propiedad:

$$\left(a^2 - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{13}{4} - M \in \mathbb{R} - \{0\}; \text{ o también}$$

$$M \in \mathbb{R} - \left\{\frac{13}{4}\right\}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 11: El número de alumnos en un aula es menor que 50 entre hombres y mujeres. Si el número de hombres es mayor que el doble de mujeres y además ambos son múltiplos de 10, determine el número de hombres.

A) 10

B) 20

C) 30

D) 40

E) 50

Resolución:

Sea :

h : Alumnos hombres

m : Alumnas mujeres

Por condición del problema:

$$h + m < 50 \quad \dots(1)$$

$$h > 2m \quad \dots(2)$$

Por (1):

$$m = \frac{50}{2} \Rightarrow m = 10, 20, 30$$

Por (2):

$$h = \frac{0}{10} \Rightarrow h = 10, 20, 30$$

De (1) y (2) se concluye que:

$$h = 30$$

$$m = 10$$

Rpta.: C

PROBLEMA 12: ¿Cuántos ceros tiene el resultado de: $1, 2, 3, \dots, 100$?

A) 20

B) 21

C) 22

D) 23

E) 24

Resolución:

Por teoría:

$$n! = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_3^{\alpha_3} \dots p_k^{\alpha_k}$$

Donde:

$$\alpha_i = \left(\frac{n}{p_i} \right) + \left(\frac{n}{p_i^2} \right) + \left(\frac{n}{p_i^3} \right) + \dots$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, k$$

Del enunciado:

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 100 = 100! \quad \dots (1)$$

Para obtener los ceros que contiene $100!$ debemos hallar los factores

$P_1 = 2^{\alpha_1}$ y $P_2 = 5^{\alpha_2}$, que son los que generaran los múltiplos de 10.

$$P_1 = \frac{100}{2} + \frac{100}{2^2} + \frac{100}{2^3} + \frac{100}{2^4} + \frac{100}{2^5} + \frac{100}{2^6}$$

$$= 50 + 25 + 12 + 6 + 3 + 1$$

$$= 97$$

$$P_2 = \frac{100}{5} + \frac{100}{5^2}$$

$$= 24$$

El número de ceros que contiene $100!$

$$N_{\text{ceros}} = 2^{24} 5^{24}; \alpha_1 = \alpha_2$$

$$= (2 \times 5)^{24}$$

$$= 10^{24} ; (24 \text{ ceros})$$

Rpta.: E

PROBLEMA 13: Si a y b son enteros mayores que 100 tales que $a+b=300$, ¿cuáles de las siguientes alternativas es la razón exacta de $\frac{a}{b}$?

A) $\frac{9}{1}$

B) $\frac{5}{2}$

C) $\frac{5}{3}$

D) $\frac{4}{1}$

E) $\frac{3}{2}$

Resolución:

Por condición del problema:

$$\bullet \quad a, b \in \mathbb{Z} / a, b > 100 \quad \dots(1)$$

$$\bullet \quad a + b = 300 \quad \dots(3)$$

Si hacemos $a = xk$ y $b = yk$

En la expresión (2) tenemos:

$$(xk + yk) = 300$$

$$(x + y)k = 300 \quad \dots(4)$$

Donde x, y son números primos relativos.

• Para la alternativa A(9/1), en (4):

$$(a + 1)30 = 300$$

Reemplazando en (3), $k = 30$:

$a = 270$ y $b = 30$. No cumple la condición (1).

• Para la alternativa E, en (4):

$$(3 + 2)60 = 300$$

Reemplazando en (3), $k = 60$:

$$a = 180 \text{ y } b = 120$$

Rpta.: E

PROBLEMA 14: Las computadoras almacenan información digital en registros (Un registro es un grupo de celdas binarias).

Si al digitar un número sobre el teclado se genera el registro:

1	1	1	0	1	0	1,1
---	---	---	---	---	---	-----

¿Cuál es el doble del número que se digitó en base 10?

A) 31,5

B) 63,0

C) 117,5

D) 235

E) 470

Resolución:

$$1110101,1 = \underbrace{1110101}_{(I)} + \underbrace{0,1}_{(II)}$$

Transformando a números de base 10:

En (I):

$$\begin{aligned} 1110101 &= 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 \\ &\quad + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 117 \end{aligned} \quad \dots(1)$$

En (II):

$$\begin{aligned} 0,1_{(2)} &= 1 \times 2^{-1} \\ &= 1 \times \frac{1}{2} \\ &= 0,5 \end{aligned} \quad \dots(2)$$

Sumando (1) y (2):

$$1110101,1 = 117 + 0,5 = 117,5$$

El doble de este número:

$$n = 2 \times 117,5 = 235$$

Rpta.: D

PROBLEMA 15: El primer término de la sucesión $7; (3)_8; (12)_5; 16; (1022)_3$ en la base 2 es:

A) 0

B) 1

C) 1,01

D) 1,10

E) 1,11

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 06**Resolución:**

En la sucesión:

$$? ; (3)_8 ; (12)_5 ; 16 ; (1022)_3$$

Transformando a base 10:

$$3_{(8)} = 3 \times 8^0 = 3$$

$$12_{(5)} = 1 \times 5^1 + 2 \times 5^0 = 7$$

$$16 = 16$$

$$1022_{(3)} = 1 \times 3^3 + 0 \times 3^2 + 2 \times 3^1 + 2 \times 3^0 = 35$$

Para obtener cada uno de los siguientes terminos de la sucesión se aplica la relación:

$$n \times 2 + i$$

donde: n, valor numérico de cada termino

Respectivamente:

$$i = 0, 1, 2, 3 ; (\text{orden de cada término})$$

Para obtener el segundo termino(3) ,a partir del primer termino(?):

$$n \times 2 + 0 = 3$$

$$\Rightarrow n = \frac{3}{2}$$

Transformandolo el primer termino a base 2:

$$n = \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$$

$$= 1_{(2)} + 0,1_{(2)}$$

$$= 1,1_{(2)}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 16:

Al extraer la raíz cuadrada de un número se tomó por error al residuo como raíz y a ésta como residuo, resultando un número que es inferior en 372 unidades al original. Si la diferencia de la raíz menos el residuo es 3, calcule el número original.

A) 4 149

B) 4 150

C) 4 157

D) 4 158

E) 4 159

Resolución:

Por teoría:

$$\sqrt{n} \begin{array}{c} d \\ r \end{array} \begin{array}{c} \\ R \end{array}$$

Donde:

$$R^2 + r = n \quad \dots(1)$$

Dato:

$$R - r = 3 \Rightarrow R = r + 3 \quad \dots(2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$\begin{aligned} (r+3)^2 + r &= n \\ \Rightarrow n &= r^2 + 7r + 9 \quad \dots(3) \end{aligned}$$

Cuando se toma los datos con error:

$$r^2 + R = n - 372$$

De (2):

$$\begin{aligned} r^2 + (r+3) &= n - 372 \\ \Rightarrow n &= r^2 + r + 375 \quad \dots(4) \end{aligned}$$

Igualando (3) y (4):

$$\begin{aligned} r^2 + 7r + 9 &= r^2 + r + 375 \\ \Rightarrow r &= 61 \end{aligned}$$

Reemplazando $r = 61$ en (3):

$$\begin{aligned} n &= (61)^2 + 7(61) + 9 \\ &= 4157 \end{aligned}$$

Rpta.: C

- | | |
|----|--|
| 2 | Tanto por ciento - Mezclas |
| 3 | Magnitudes Proporzionales |
| 4 | Regla de Interés - Regla de Descuento |
| 5 | Lógica Proposicional - Teoría de Conjuntos |
| 6 | Relaciones Binarias - Teoría de Numeración |
| 7 | Cuatro Operaciones - Sucesiones y Series |
| 8 | Teoría de la Divisibilidad |
| 9 | Estudio de los divisores $\mathbb{Z}^+$ |
| 10 | MCD - MCM |
| 11 | Potenciación y Radicación |
| 12 | Números Racionales |
| 13 | Estadística Descriptiva |
| 14 | Análisis Combinatorio |
| 15 | Teoría de Probabilidades |

TEMARIO ARITMETICA



N°

TEMA

1

Razones y Proporciones - Promedios